

Simmetrie della Fisica e ragioni per un loro insegnamento

... le idee che vengono spontaneamente a chi affronta per la prima volta un problema, sembrano “senza tempo”, come se fossero una caratteristica naturale del modo umano di mettere ordine e dare un senso alle percezioni.

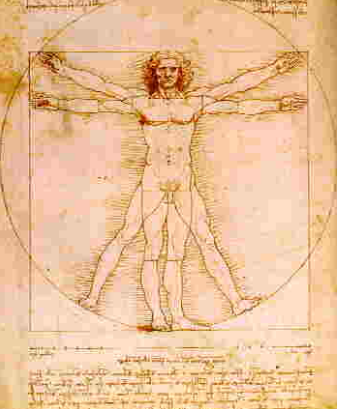
C. Bernardini, *Prima lezione di fisica*

Percorso

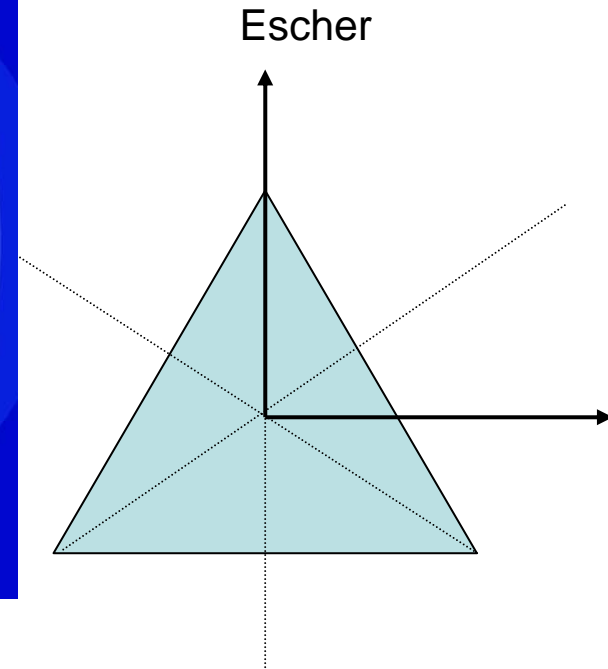
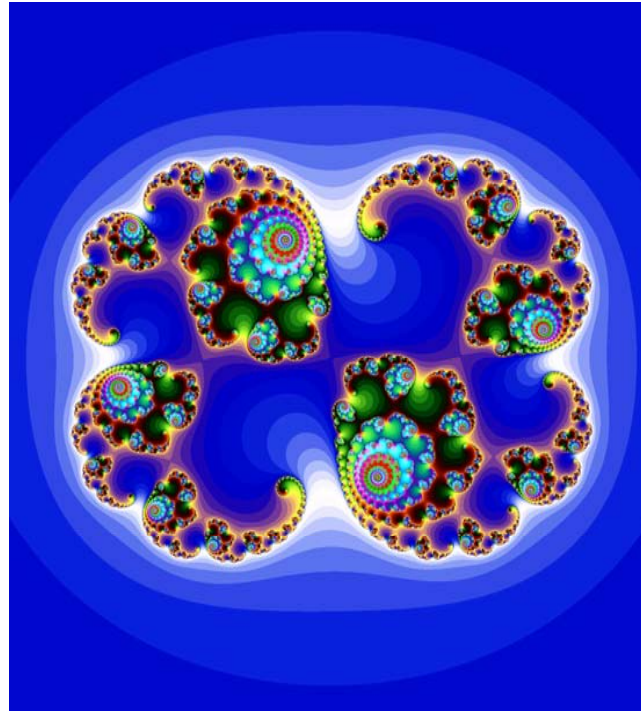
- I significati di *simmetria*
- La *simmetria* negli antichi
- Figure geometriche, numeri e cosmologie
- Il concetto moderno di *simmetria*
- *La simmetria bilaterale*
- *Simmetrie Bilaterale, di Parità e loro violazioni*
- *Le simmetrie discrete del piano e Tassellature*
- La cristallografia
- *Simmetrie – Geometrie – Fisica*
- Lo spazio – tempo classico
- Nuova Geometria: nuova “Fisica”
- *Simmetrie discrete del Tempo*
- Il teorema di Noether: Simmetrie e leggi di conservazione
- Le simmetrie dell'elettromagnetismo
- La simmetria di gauge locale in MQ
- Il principio di Curie e la rottura spontanea di simmetria
- Rottura spontanea di Simmetria e Transizioni di Fase del II ordine

I significati di *simmetria*

- Nel linguaggio comune:
 - » Armonia e bella proporzione
 - » Relazione tra elementi simili, ma contrapposti
- In matematica (> 1850):
 - » Invarianza rispetto a gruppi di trasformazioni



Leonardo da Vinci



- $\underbrace{\text{συμμετρία}}_{\text{con}} \underbrace{\text{μετρία}}_{\text{misura}}$ La simmetria negli antichi
 - numero intero
 - proporzione
 - armonia
 - commensurabili
- X I. *Elementi*: συμμετρία

- Pitagora “Le cose sono numeri”
- Platone *Timeo, Teeteto*
- Vitruvio *De Architectura*

“La simmetria è l'accordo armonico tra le parti di una medesima opera e la rispondenza di proporzioni tra le parti dell'intera figura”

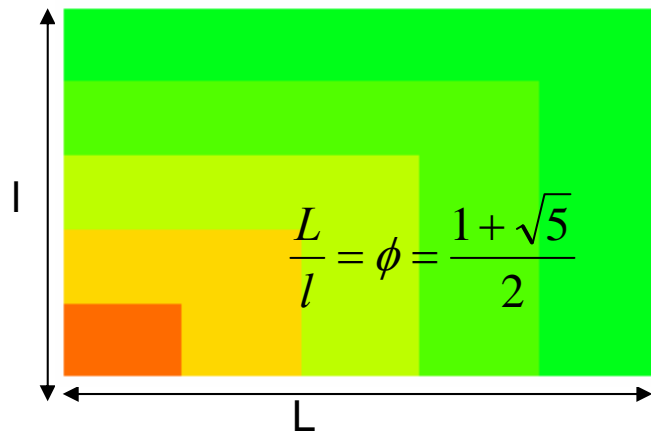
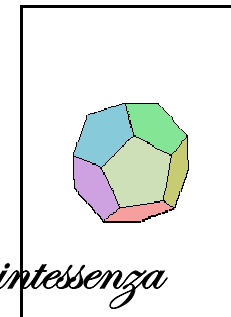
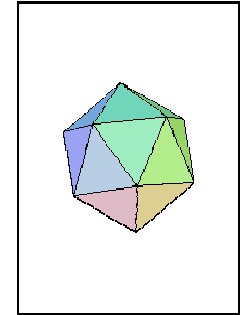
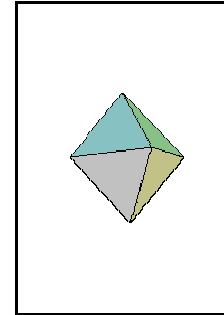
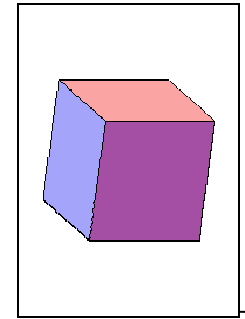
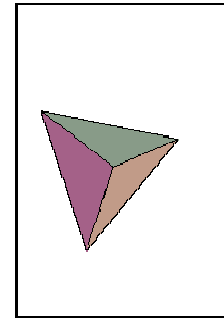


Figure geometriche, numeri, cosmologie

- Solidi Platonici (*Elementi XIII*):

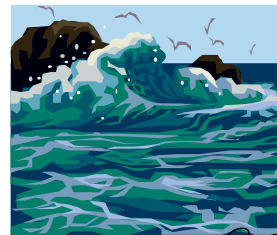
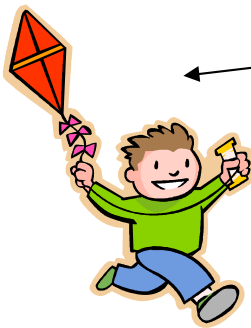
- Tetraedro
- Cubo
- Ottaedro
- Icosaedro
- Dodecaedro



Fuoco



Aria



Acqua



Terra

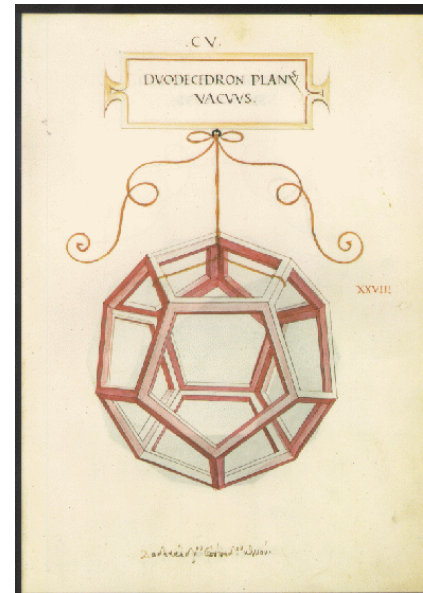
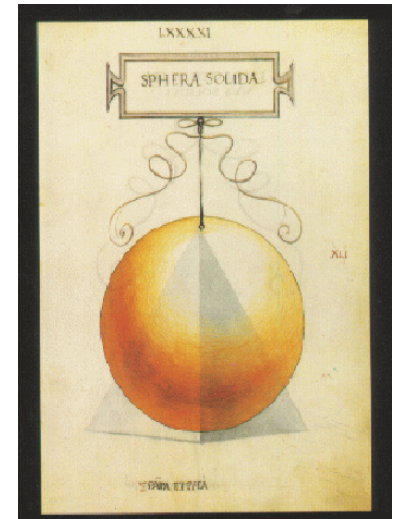
Quintessenza

De divina Proportione

P. della Francesca: "Libellus de quinque corporibus regularibus"

L. Pacioli: "De divina Proportione"

J. Keplero: "Harmonice mundi"
"Strenua seu de nive sexangula"
"Mysterium cosmographicum"



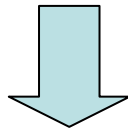
La simmetria tra i contemporanei

•G.W.F. Hegel: “All’uguaglianza si associa una disuguaglianza, e la vuota identità è interrotta dall’irruzione della differenza. Compare così la *simmetria*”

(Estetica, 1816)

•H. Weyl: “Ogni qualvolta si abbia a che fare con un ente Σ dotato di struttura, si cerchi di determinare il gruppo degli automorfismi, il gruppo di quelle trasformazioni degli elementi di Σ che lasciano invariate tutte le relazioni strutturali”

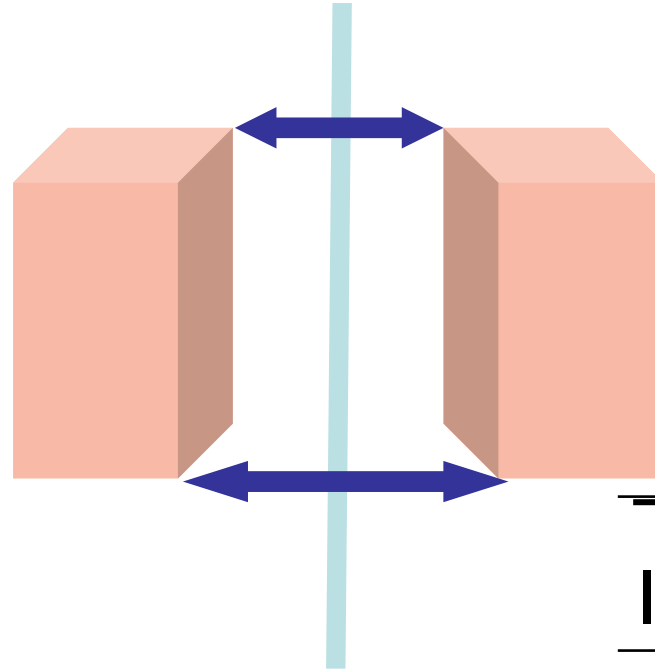
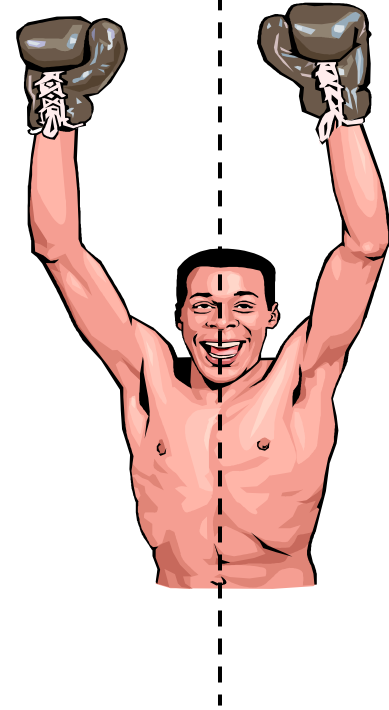
(Symmetry, 1952)



- Insiemi
- Operazioni su insiemi
- Gruppi
- Relazioni di equivalenza

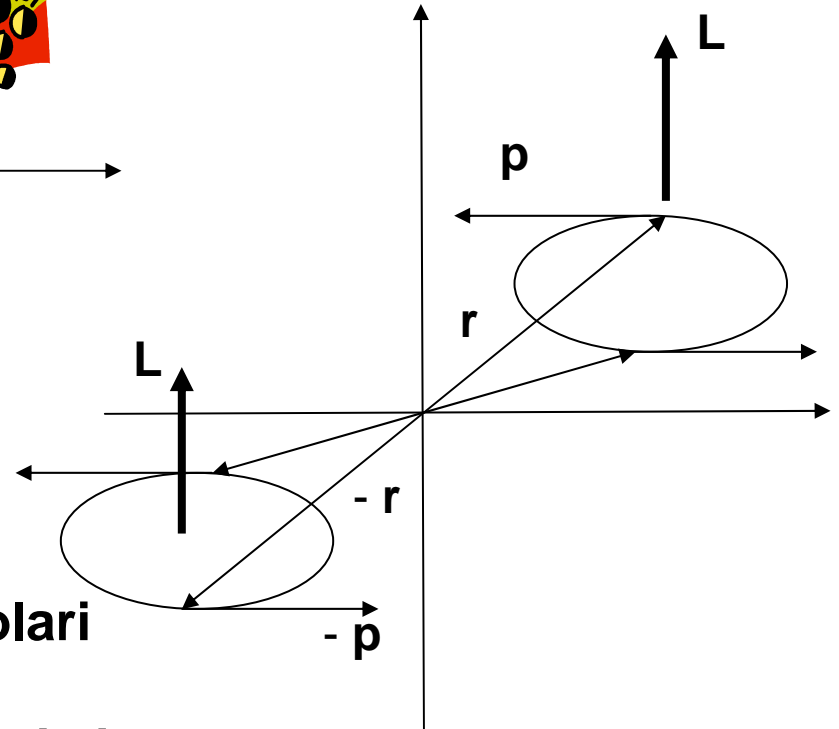
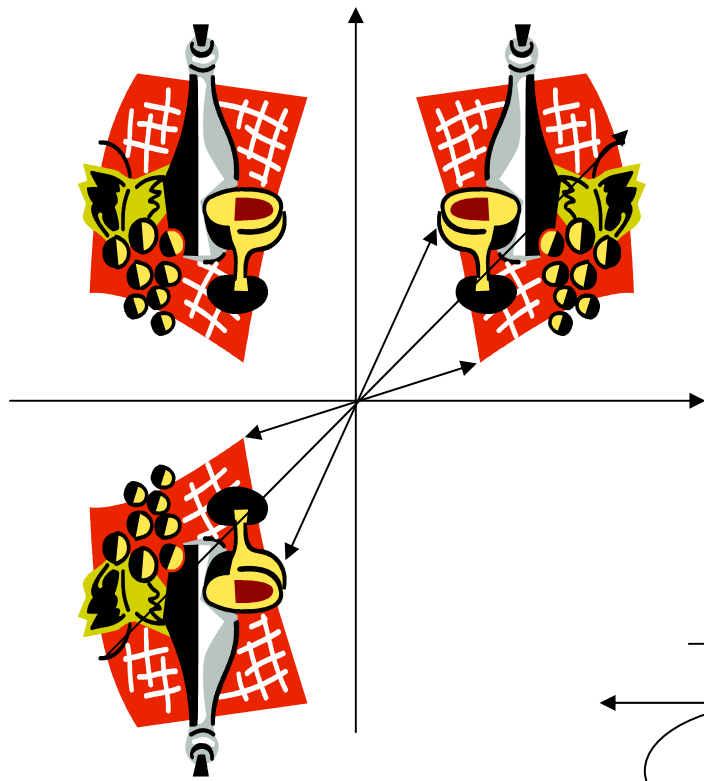


Simmetria Bilaterale (Chiralità)



	I	S
I	I	S
S	S	I

La Parità



$$\vec{r}, \vec{p}, \vec{a}, \vec{F} \rightarrow -\vec{r}, -\vec{p}, -\vec{a}, -\vec{F}$$

Vettori polari

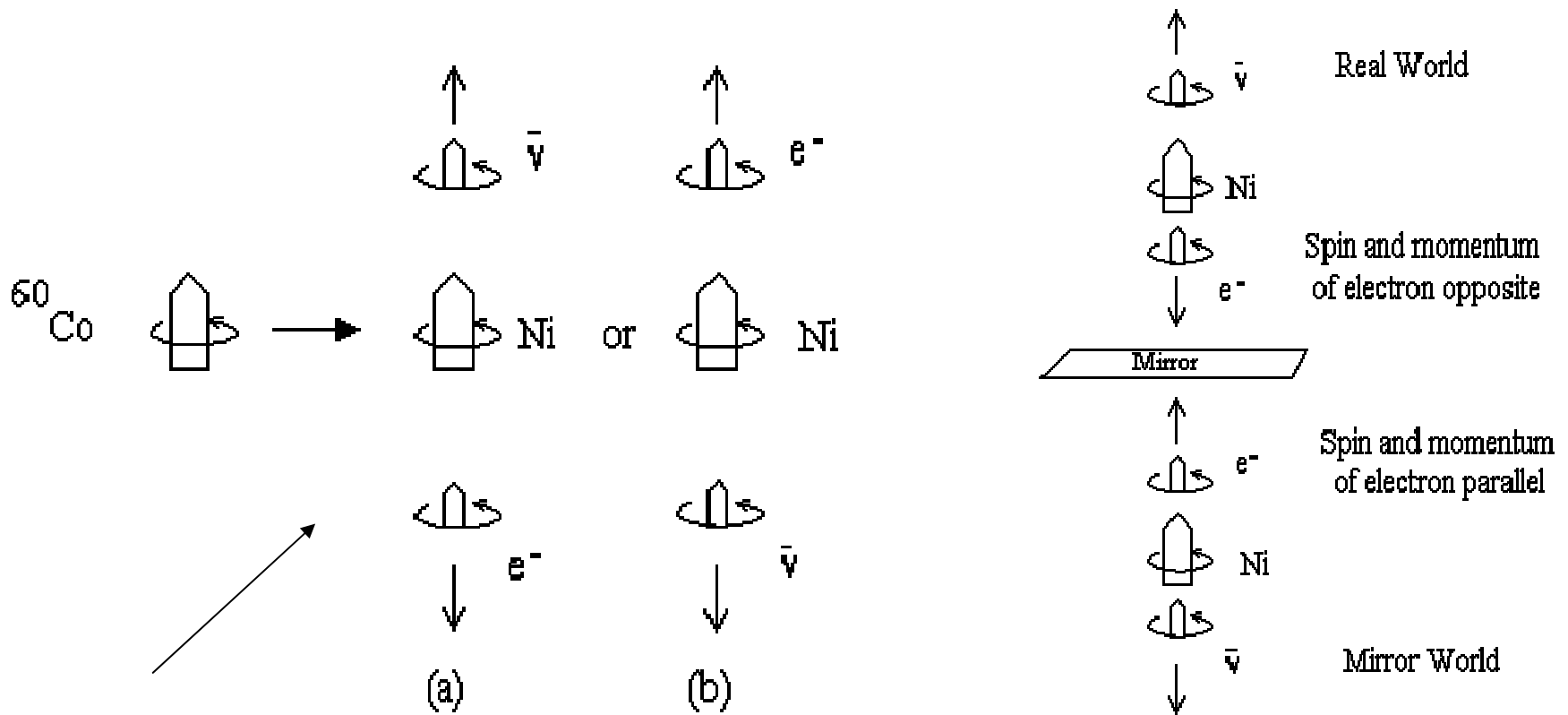
$$\vec{L}, \vec{B} \rightarrow \vec{L}, \vec{B}$$

Vettori assiali

Due sistemi fisici isolati corrispondenti per **parità'**
hanno sempre la stessa dinamica?

	I	P
I	I	P
P	P	I

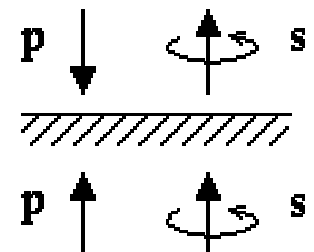
Violazione di Parità



Emissione preferita

C.S. Wu, T.D. Lee, C.N. Yang, 1956

Le interazioni deboli dipendono da **p·s**



Chiralità in natura

Sinistra

Destra

Conchiglie marine

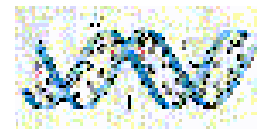


Piante elicoidali

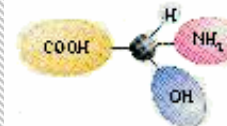
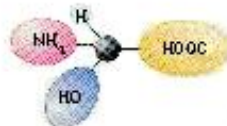


Proteine e DNA

Molto rari

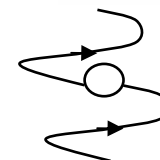


Amminoacidi

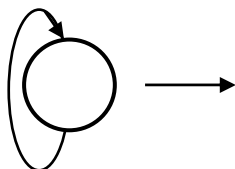


Correnti chirali negli atomi

Non esistono

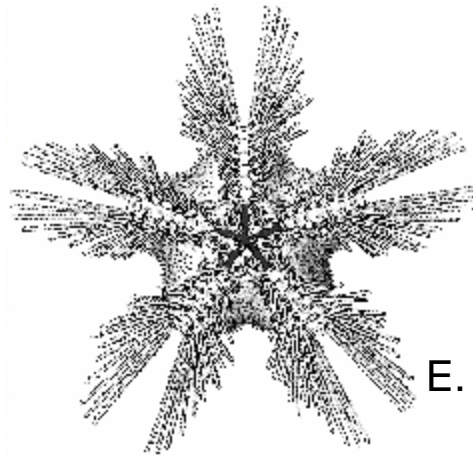


neutrino



Non esistono

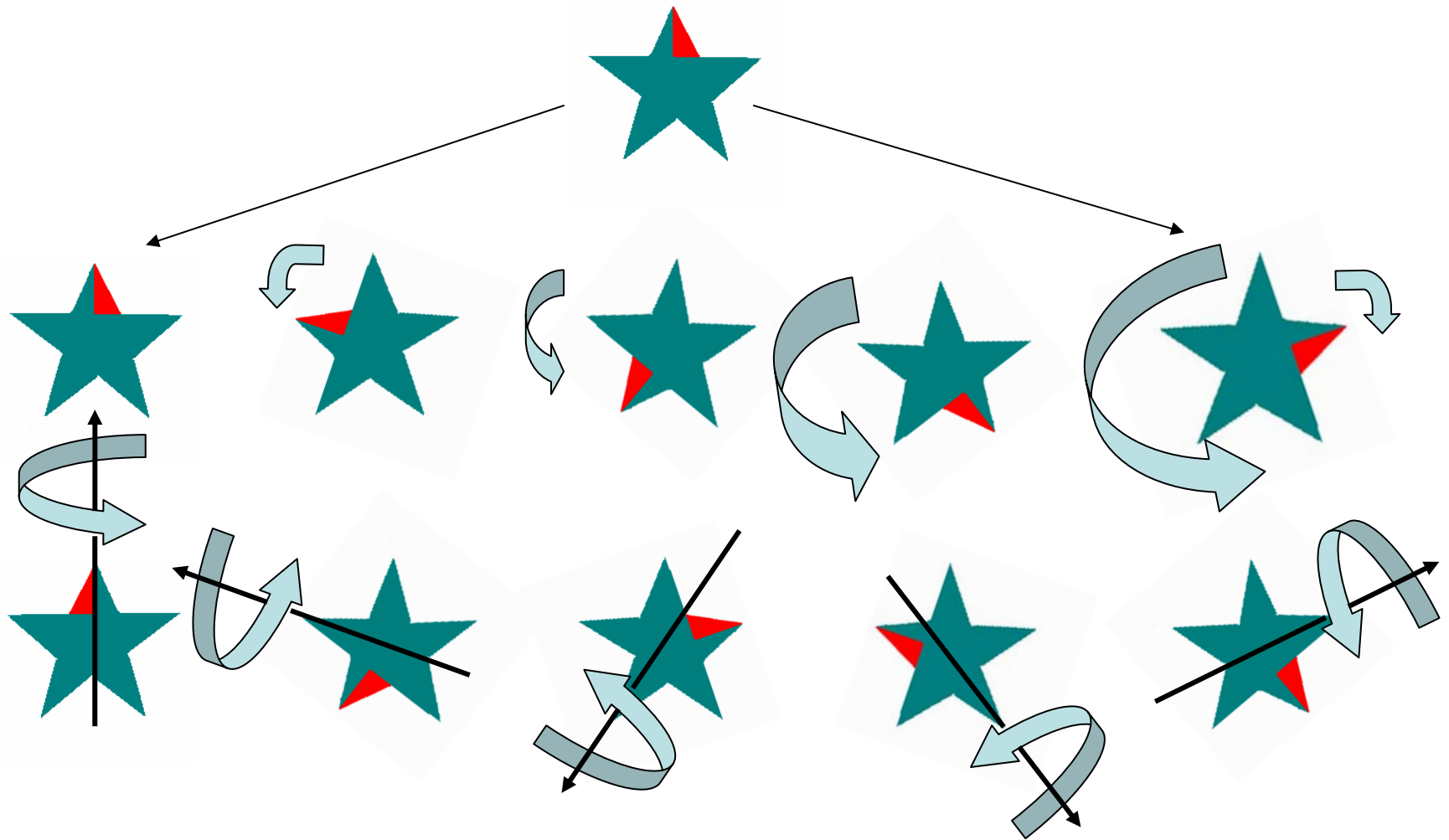
Simmetrie discrete plane in natura



E. Haeckel: *"Kunstformen der Natur"*

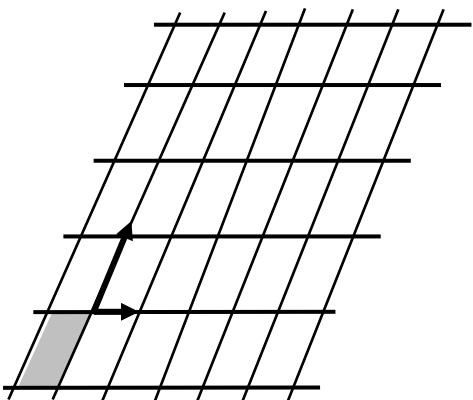


Trasformazioni discrete nel piano



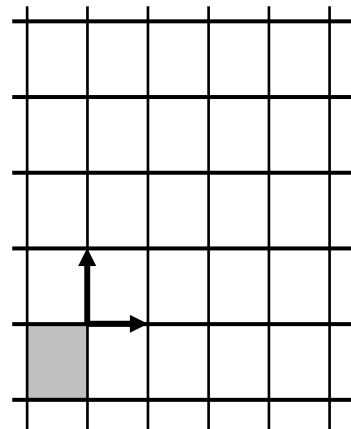
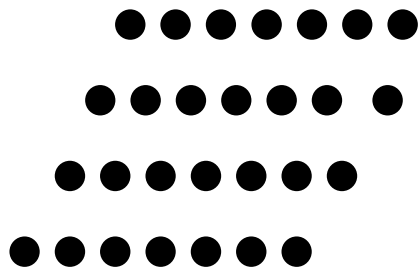
Gr. Diedrico di ordine 5: $0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$

Tassellature e reticoli



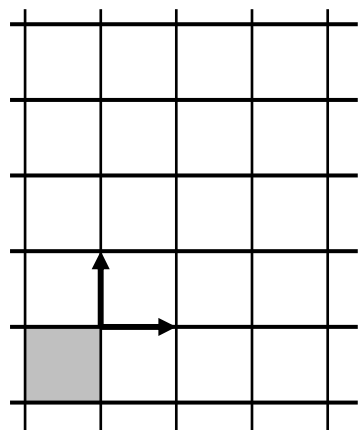
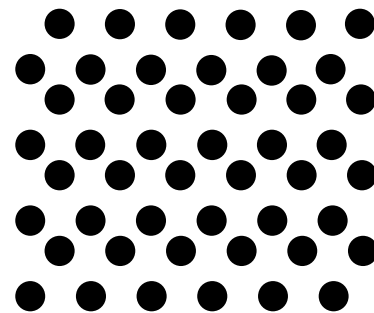
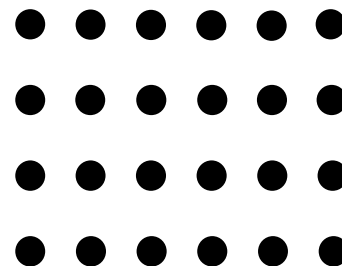
D_1

parallelogramma



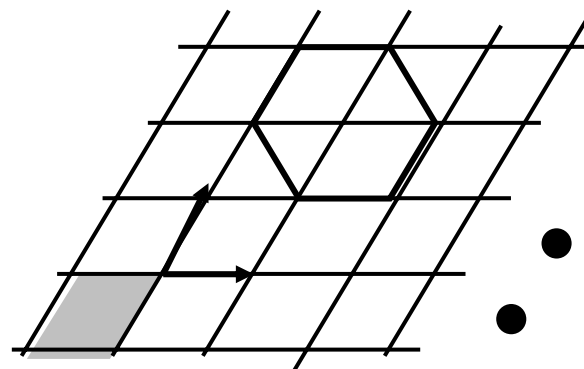
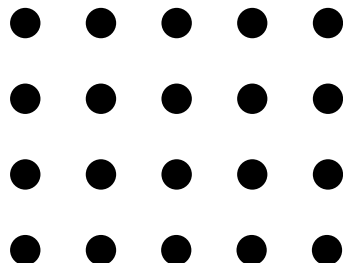
D_2

rettangolo



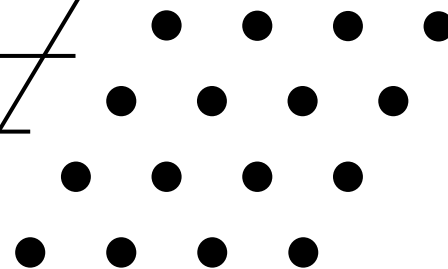
D_4

quadrato

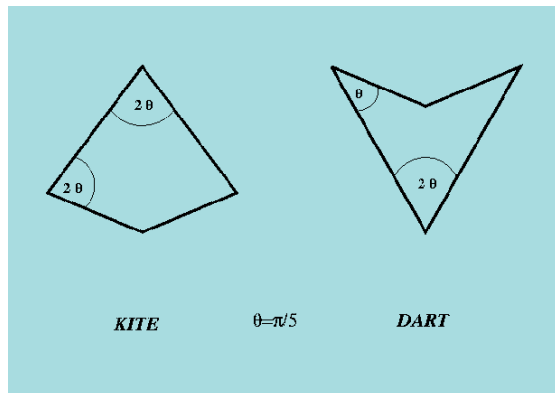
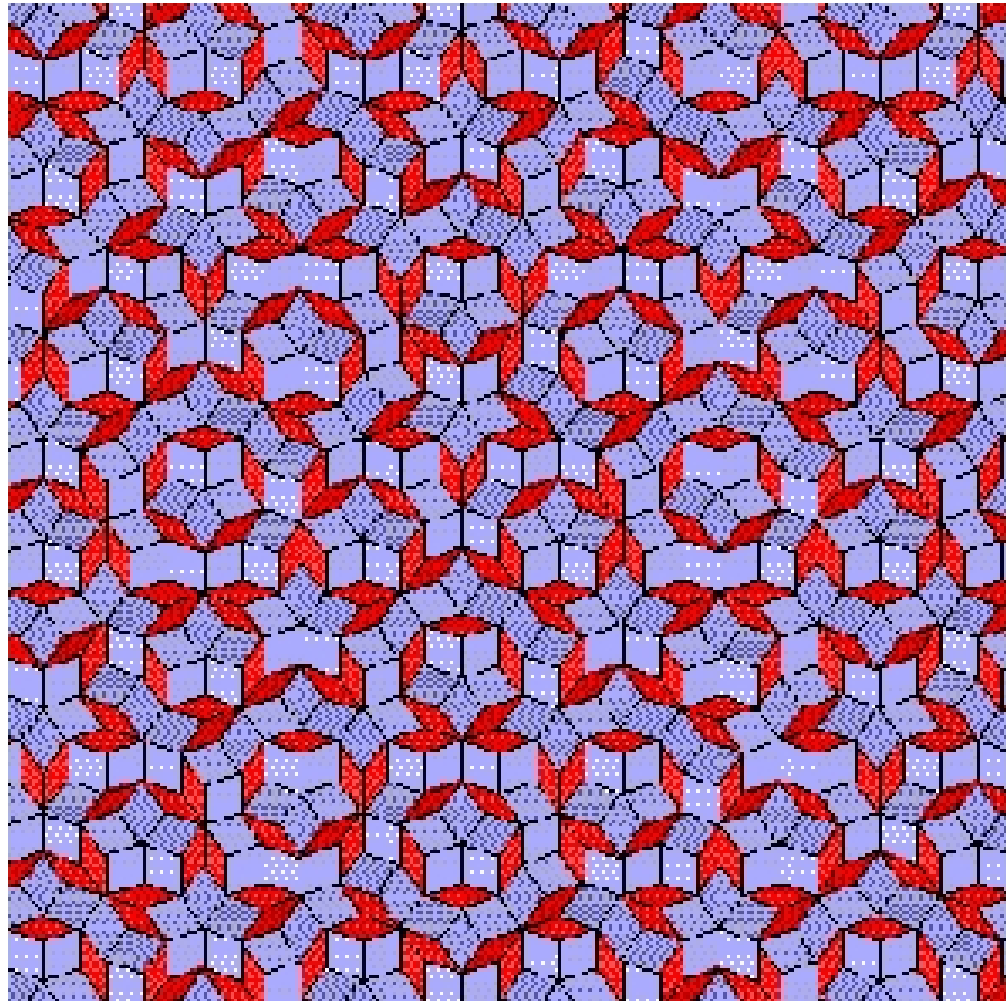


D_6

esagono

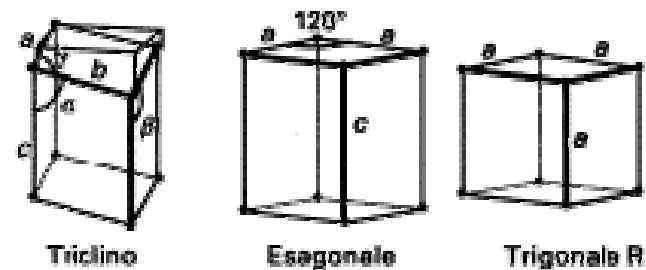
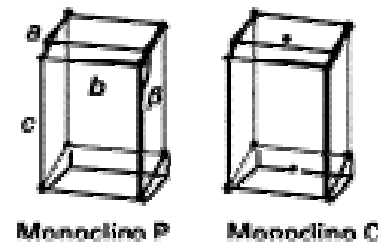
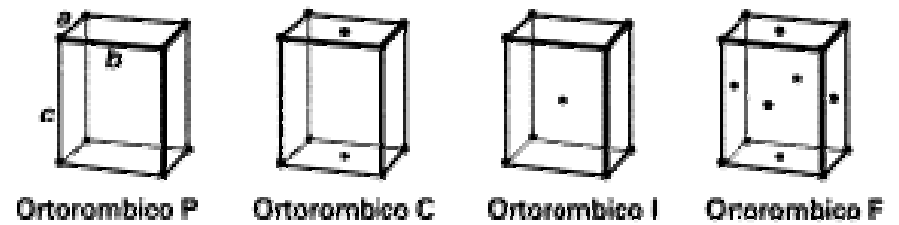
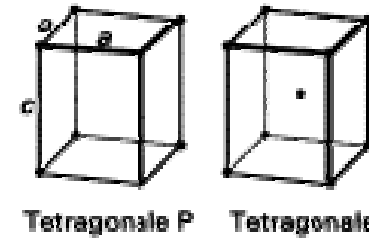
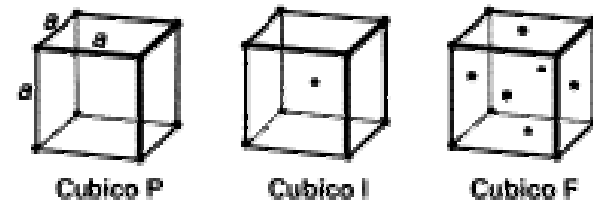


Tassellatura di Penrose



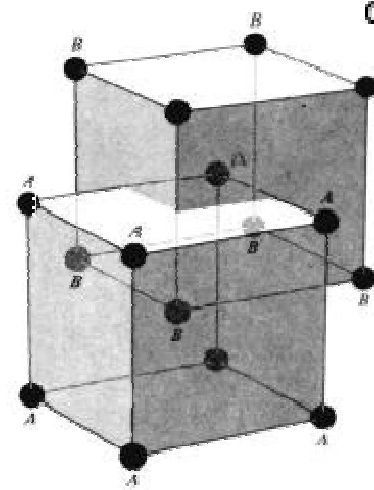
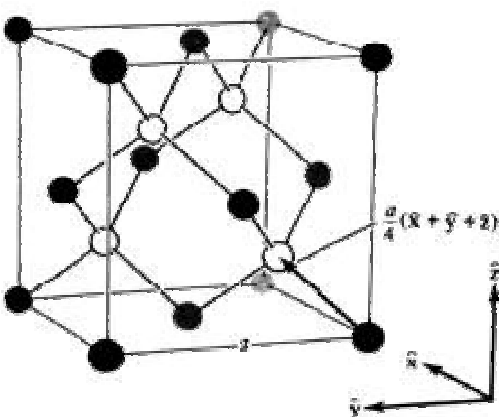
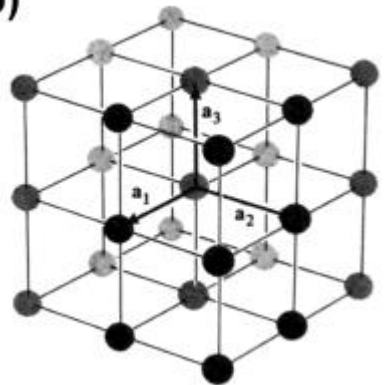
Tassellature dello spazio

14 Reticoli di Bravais

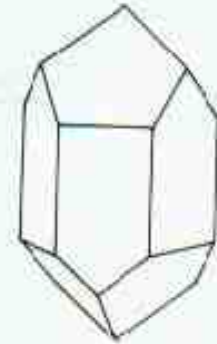
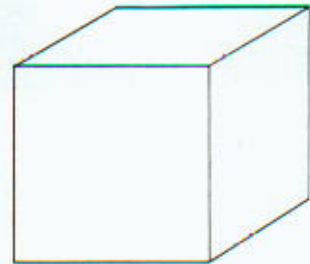


230 reticoli spaziali

(b)



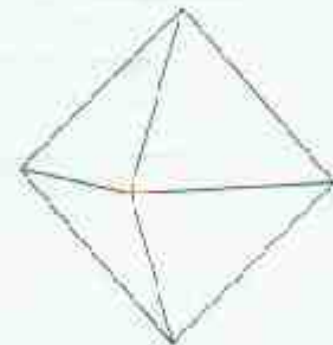
Cristalli



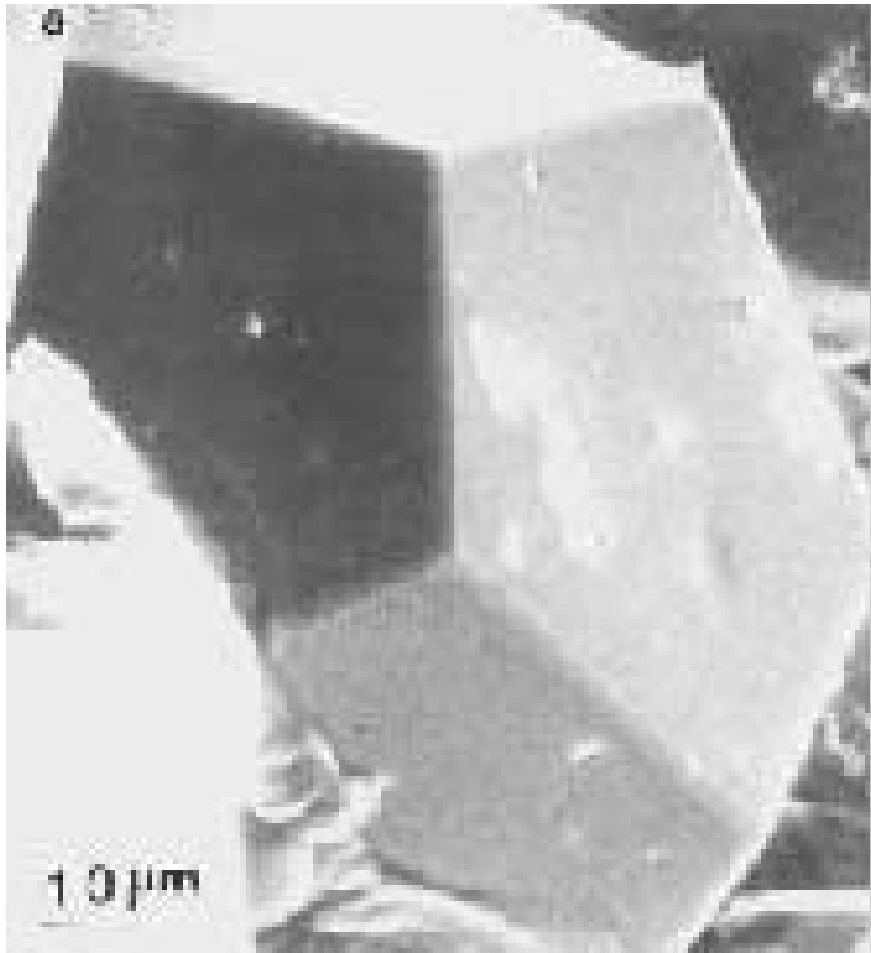
Cristalli romboedrici di quarzo.



Cristalli rombici di zolfo.



I Quasicristalli

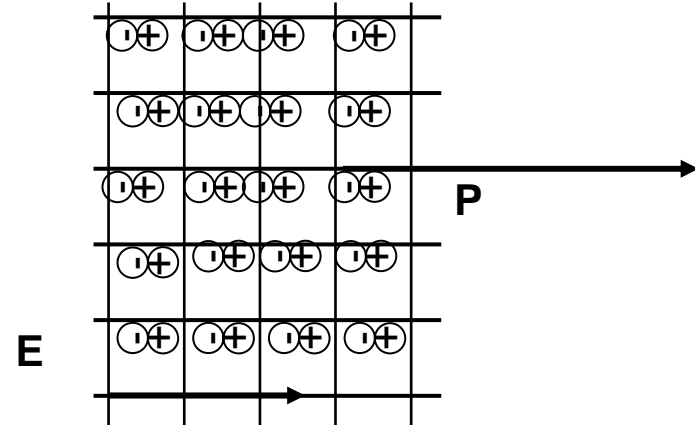
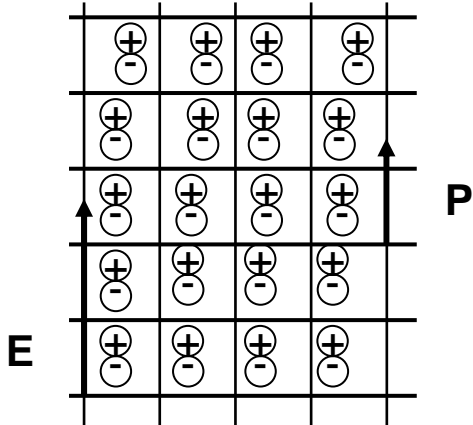


Al -Cu - Fe



Al - Ni - Co

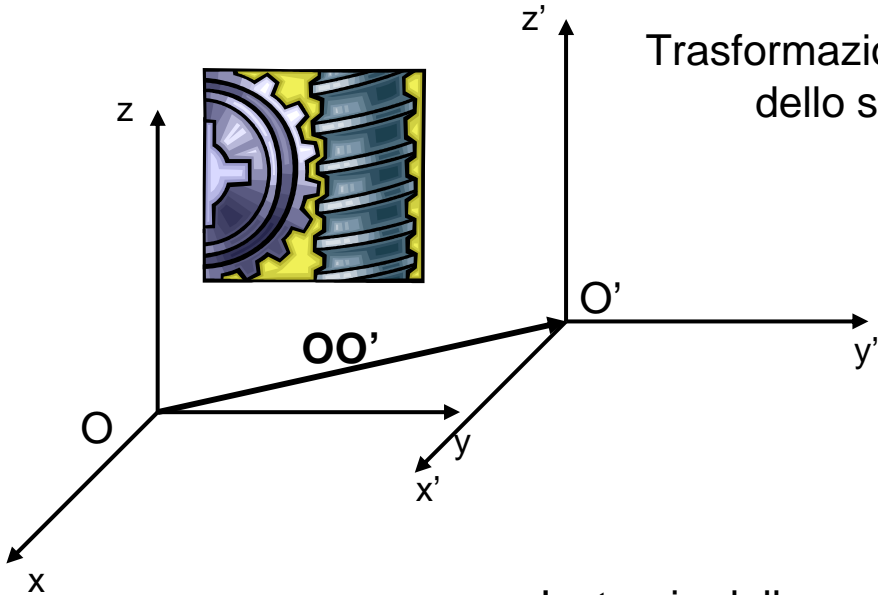
Mezzi anisotropi



$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \vec{E}$$

- cristalli
- Isotropi (ret. Cubico)
 - Uniassici (ret. Tetragonale, Romboedrico, Esagonale)
 - Biassici (ret. Triclinico, Monoclinico, Rombico,)
- Birifrangenza

Simmetrie – Geometrie - Fisica



Trasformazioni discrete
dello spazio

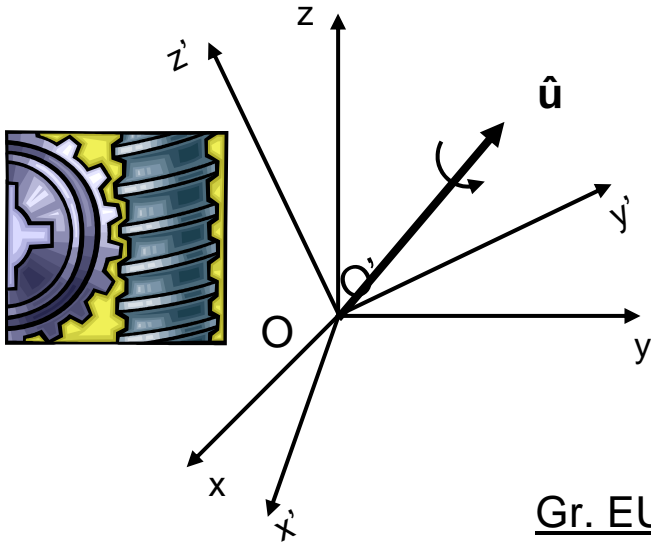
Trasformazioni continue
dello spazio

Omogeneità dello spazio

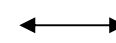
Traslazioni $\longrightarrow OO'$

Isotropia dello spazio

Rotazioni $\longrightarrow \hat{u}, \theta$



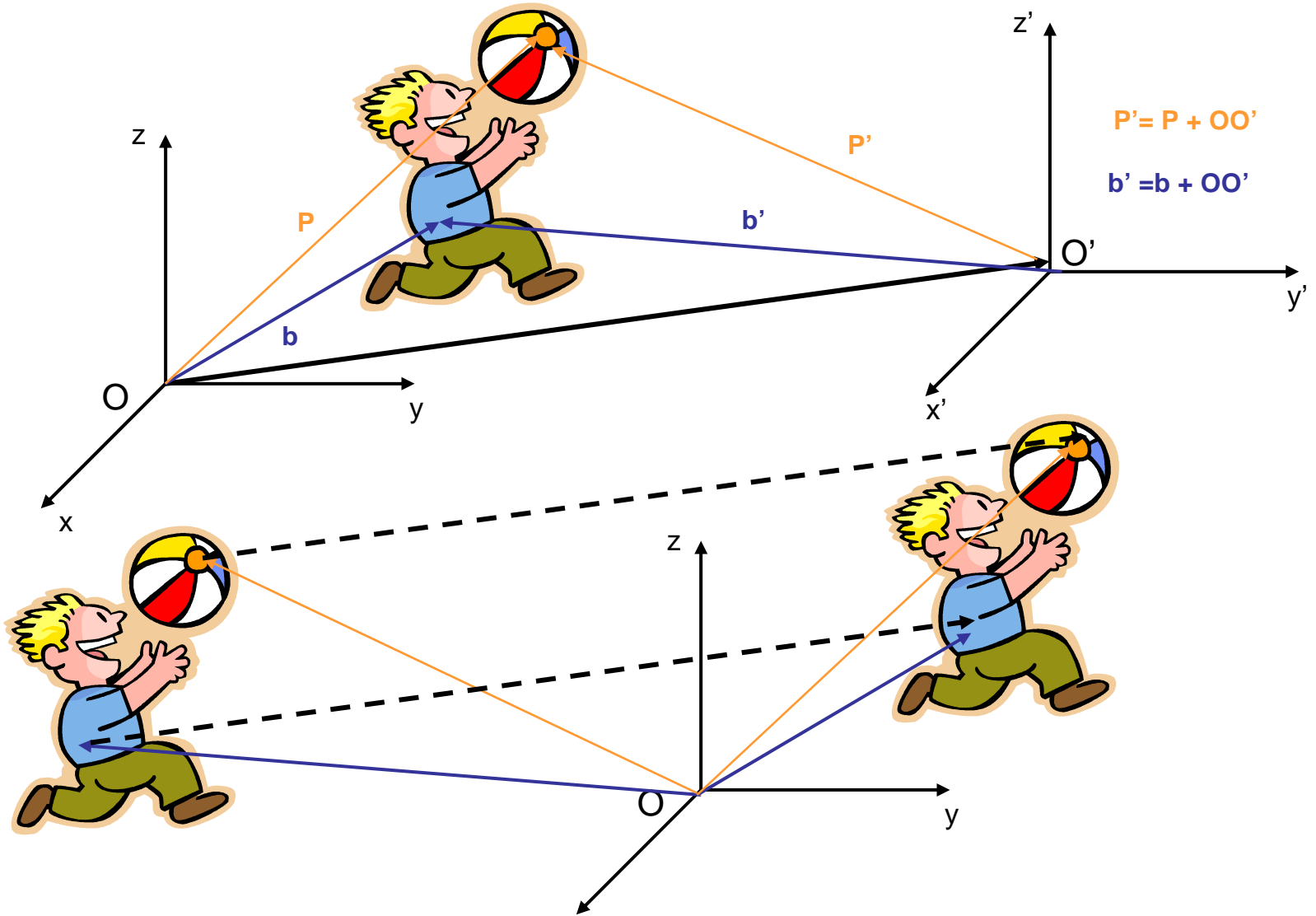
Invarianti: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a}' \cdot \mathbf{b}'$



distanze
angoli

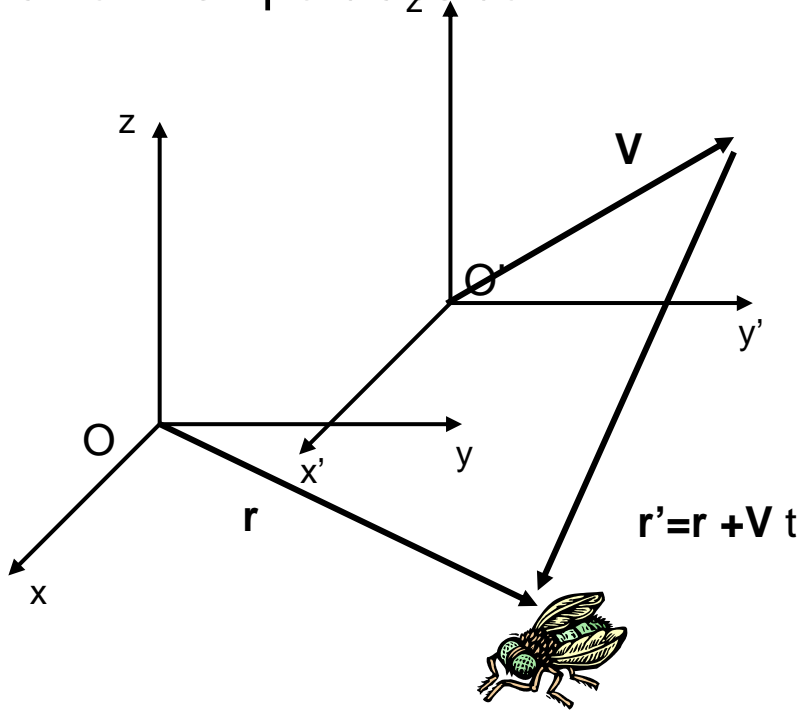
Gr. EUCLIDEO (+ Parità: Gr. Euclideo improprio)

Trasformazioni continue dello spazio: Omogeneità dello spazio



La dinamica di un sistema fisico NON cambia a seguito di traslazioni arbitrarie

Lo spazio – tempo classico



Trasformazioni di Galilei

$$\begin{aligned} \mathbf{r}' &= \mathbf{r} + \mathbf{V} t \\ t' &= t \end{aligned}$$

Invarianza delle equazioni del moto di Newton

Gr. EUCLIDEO + Trasl. Galilei



Gr. di GALILEI

MC e MQ non relativistica hanno la struttura geometrica determinata dal Gr. Galilei

L'equazione del moto classica più semplice invariante sotto Galilei è

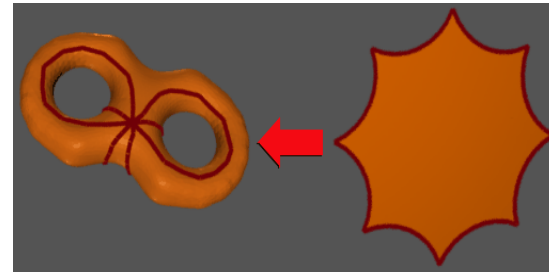
$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{r} = 0$$

Nuova Geometria: nuova "Fisica"

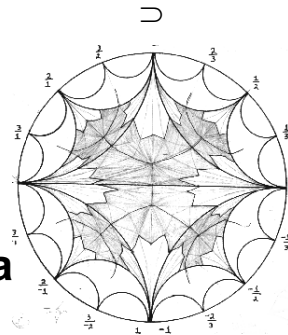
F. Klein: "Le proprietà geometriche sono caratterizzate dalle loro invarianze rispetto ad un gruppo di trasformazioni" (Programma di Erlangen, 1872)

Topologia

Fenomeni Critici, T. Stringhe

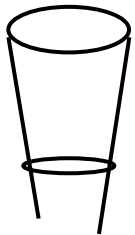


G. Conforme

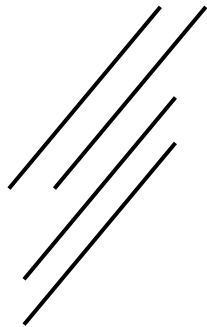


Geometria

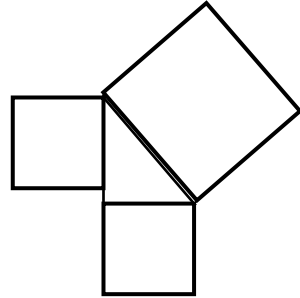
Proiettiva



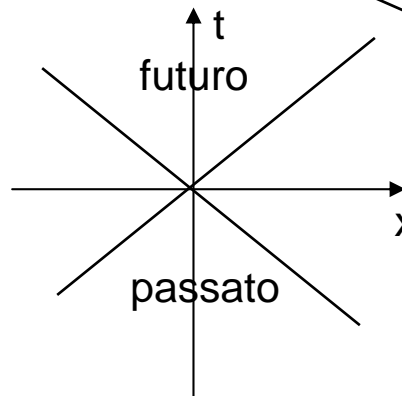
Affine



Euclidea



Pseudo-Euclidea



Relatività Speciale

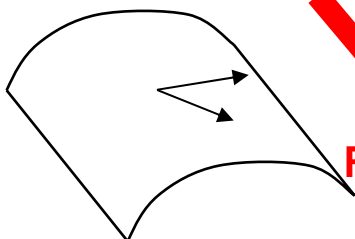
iperbolica

ellittica

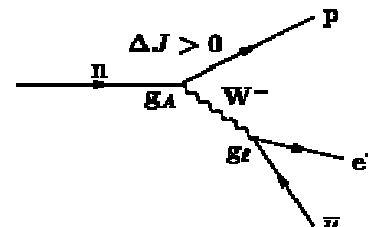
$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2$$

Gr. POINCARÉ

Riemanniana

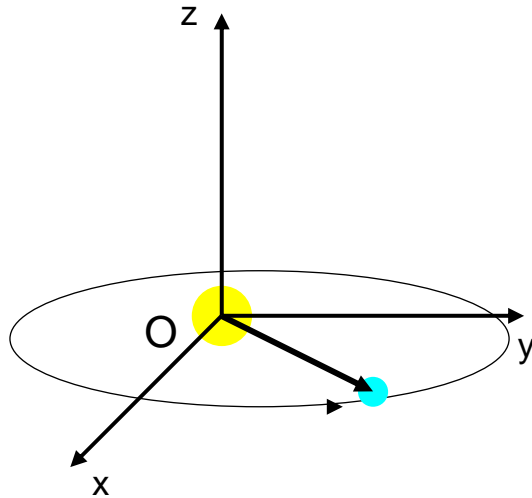


Relatività Generale

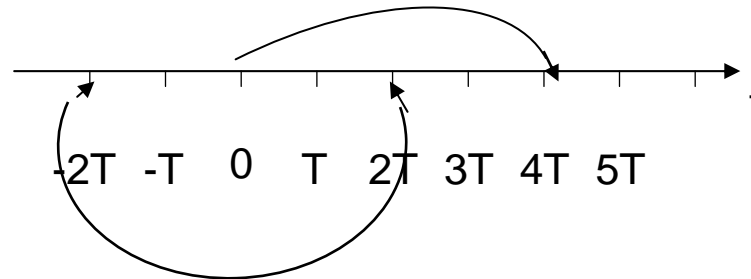


QED, QFT

Simmetrie discrete del tempo

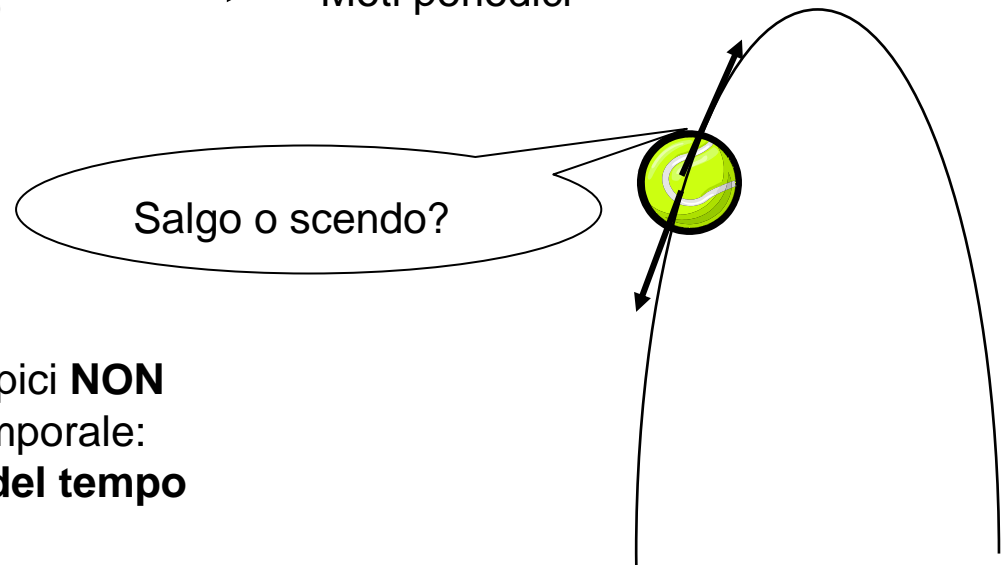


$$\vec{r}(t+T) = \vec{r}(t), \quad \vec{p}(t+T) = \vec{p}(t)$$



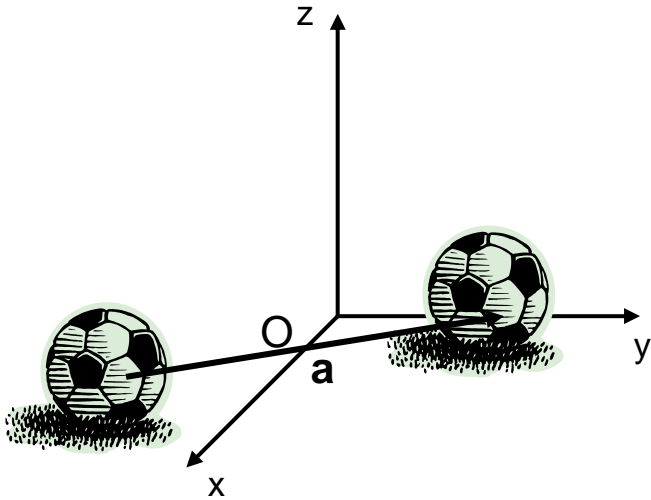
Traslazioni temporali: $t \rightarrow t + T_0$ \longrightarrow Moti periodici

Inversioni temporali: $t \rightarrow -t$

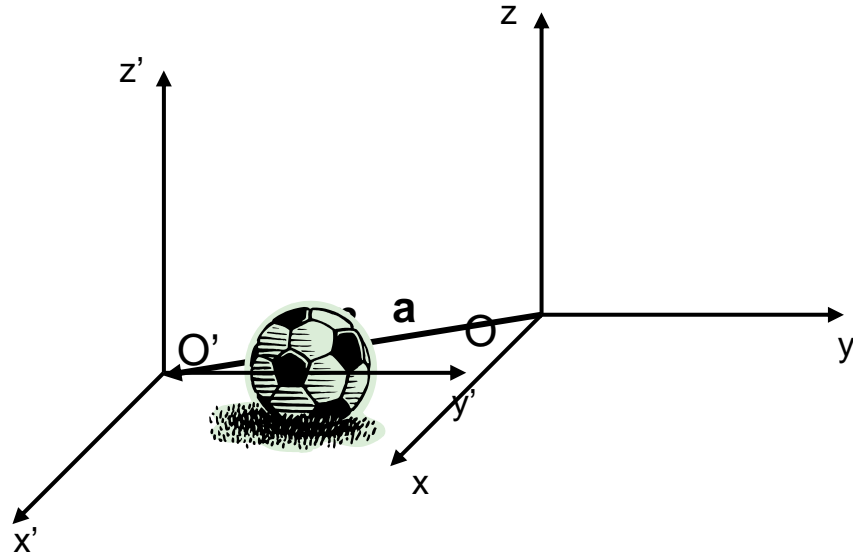


Generalmente i sistemi macroscopici **NON**
sono invarianti per inversione temporale:
esiste la freccia termodinamica del tempo

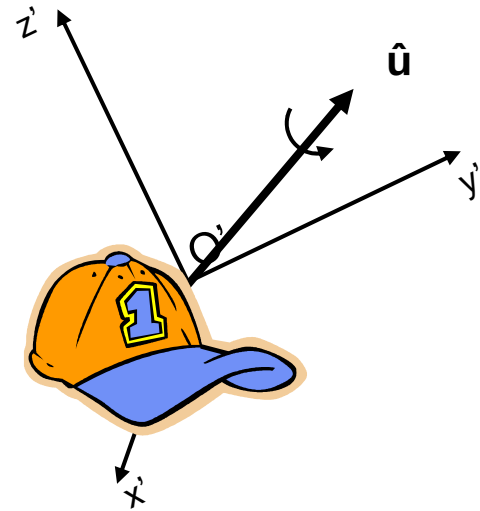
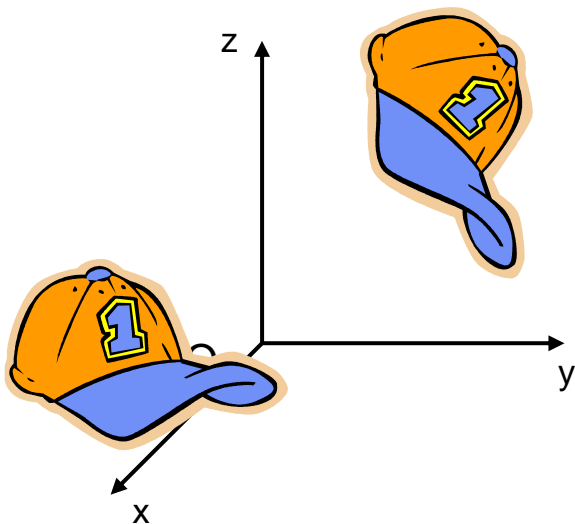
Attivi e passivi



Trasformazione attiva



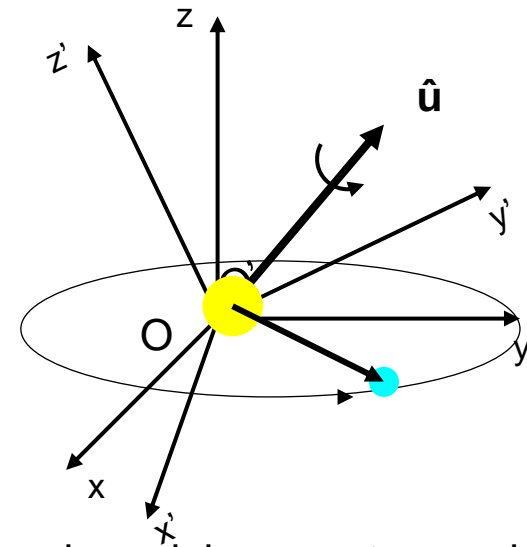
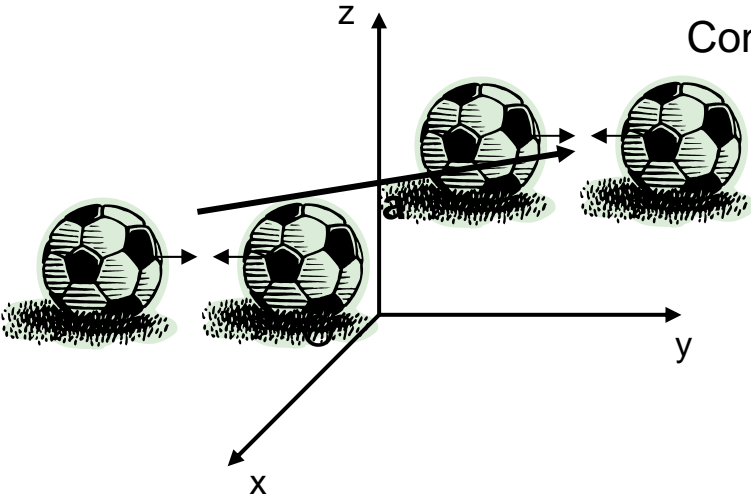
Trasformazione passiva



Teorema di Noether

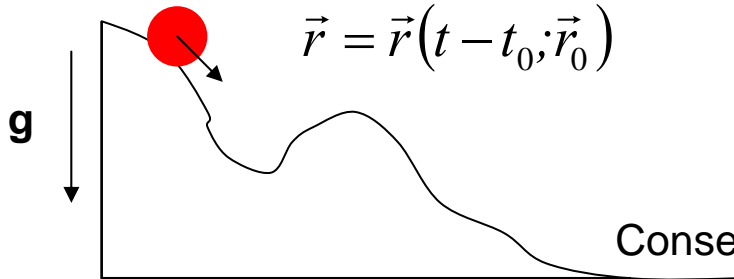
Ogni sistema meccanico con dinamica invariante rispetto ad un gruppo (continuo in MC) di trasformazioni, possiede una corrispondente quantità conservata

Conservazione della quantità di moto totale **P**

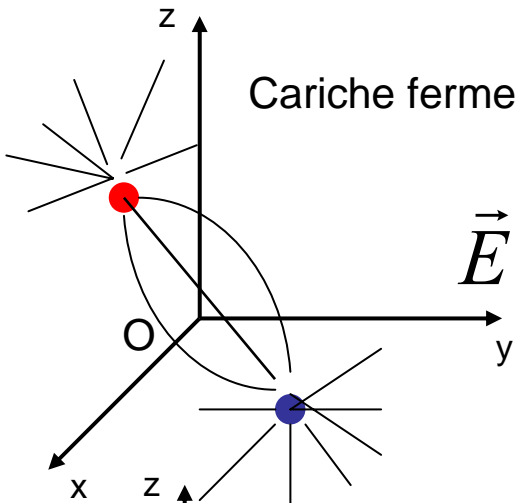


Conservazione del momento angolare totale **L**

Conservazione dell'energia meccanica totale **E**

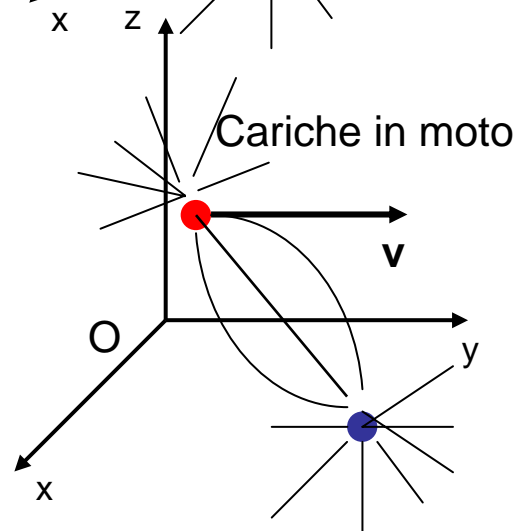


Le simmetrie dell'elettromagnetismo



$$\vec{E} = -\nabla(V) = -\nabla(V')$$

$$V' = V + V_0$$



$$\vec{E} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla V$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

Coerente con le Trasformazioni di Lorentz

Trasformazioni di gauge locali

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \chi, \quad V' = V + \frac{\partial}{\partial t} \chi$$

I potenziali elettrodinamici NON sono osservabili

La simmetria locale in MQ

elettrone $\longrightarrow \Psi(\vec{r}, t)$ Funzione d'onda complessa

$|\Psi(\vec{r}, t)|^2$ Densità di probabilità di trovare la particella in r

$\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)| e^{i\alpha}$ La fase α NON è una osservabile fisica

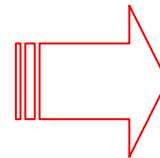
E' possibile modificare localmente α ?

$$\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)| e^{i\alpha} \rightarrow |\Psi(\vec{r}, t)| e^{i\alpha(r,t)}$$

SI se l'elettrone è accoppiato ad un C. E.M. (Noether)
con Tr. di gauge locali

Conservazione della carica elettrica

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \alpha, \quad V' = V + \frac{\partial}{\partial t} \alpha$$



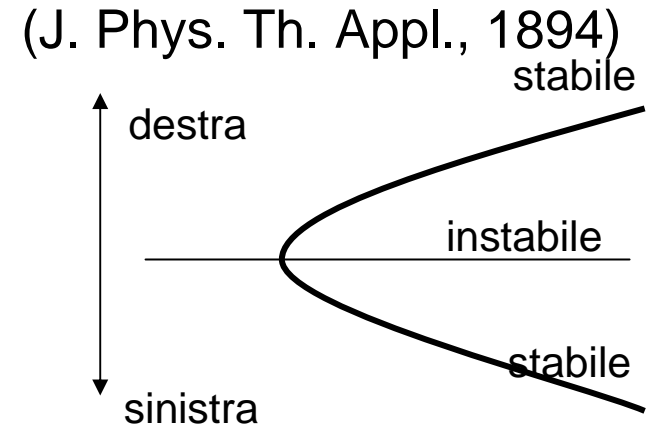
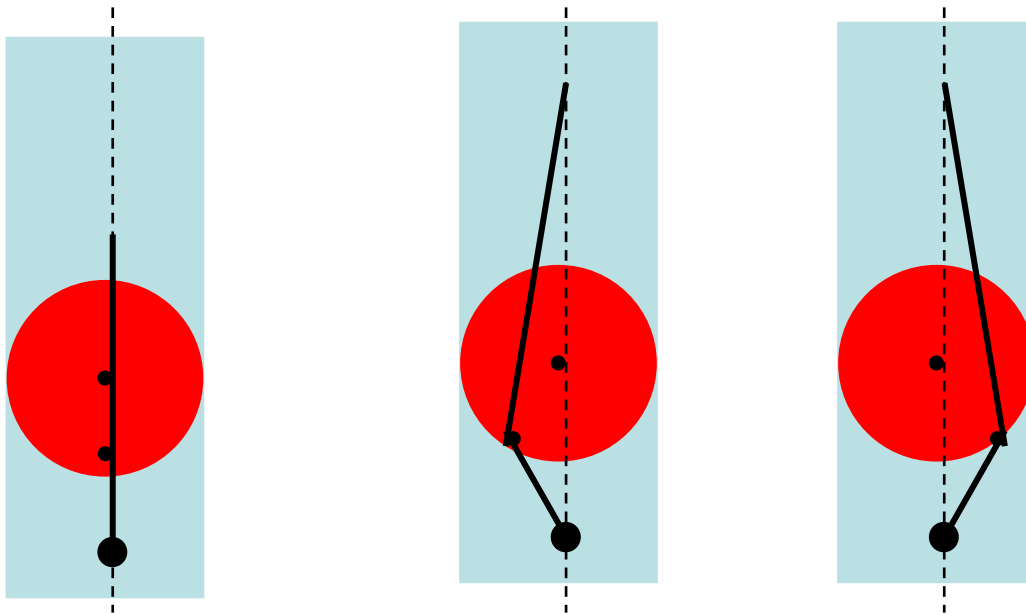
QED, QCD
Modello Standard

La **Simmetria di Gauge** sembra essere una simmetria fondamentale della Natura

Il Principio di Curie

P. Curie: “ *Se certe cause producono certi effetti, le simmetrie delle cause riappaiono negli effetti prodotti* ”

“ *Se certi effetti rivelano una certa asimmetria, questa asimmetria si rifletterà nelle cause che hanno dato loro origine* ”



Rottura Spontanea di Simmetria

$$G \rightarrow G' \subset G$$

Gli stati fisicamente realizzabili di un sistema simmetrico si presentano in collezioni, gli elementi delle quali sono connessi da simmetrie

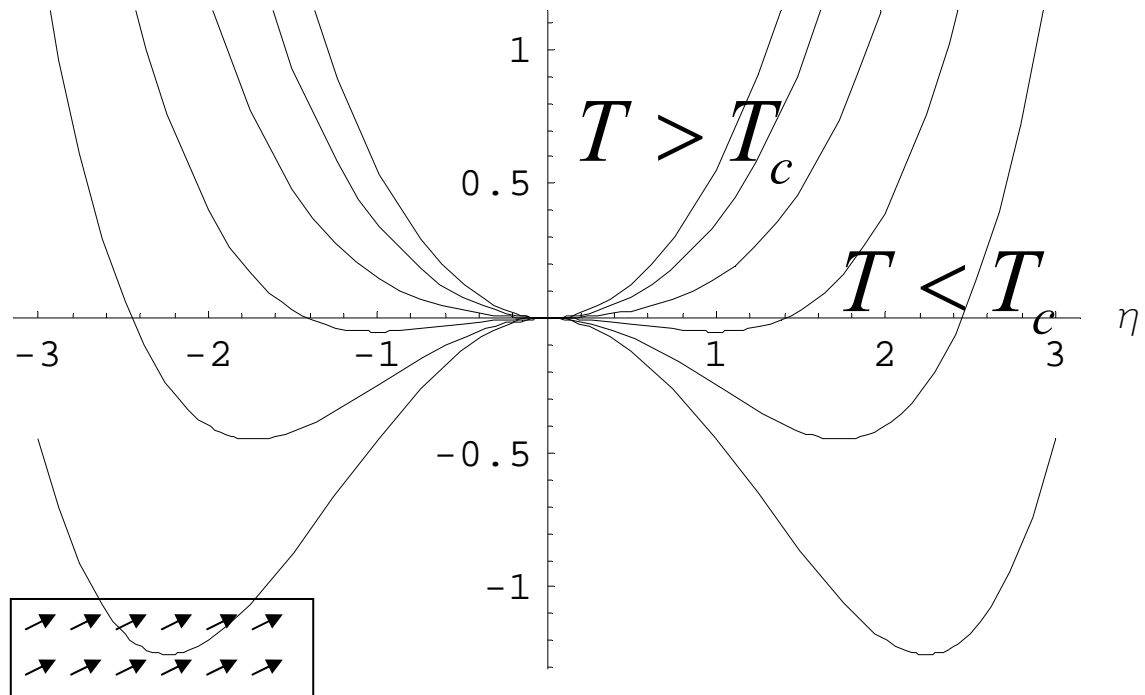
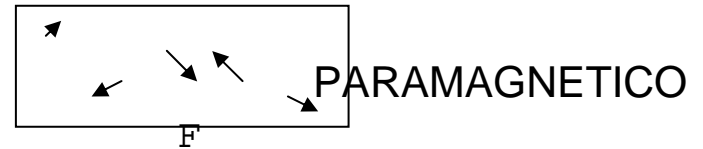
Rottura spontanea di simmetria

$$F = A\eta^2 + B\eta^4$$

$$A = \alpha(p)(T - T_c)$$

Transizioni di Fase del II ordine
Parametro d'ordine

Temperatura critica T_c



FERROMAGNETICO

