SOLUZIONI:

1. **Tsunami**
   Il fatto che la velocità dell'onda dipenda solo da g e da h permette di scrivere: $v = k\, g^{\alpha} h^{\beta}$, dove k è una costante adimensionale, e dunque di ricavare gli esponenti dal seguente sistema:
   $$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ 2\,\alpha = 1 \end{cases}$$
   È dunque $v(h) = k\,\sqrt{g\,h}$, e di conseguenza la velocità media dell'onda è:
   $$\overline{v} = v(457 \text{ m}) = (200 \text{ m/s})\sqrt{\frac{457}{4000}} \approx 67.6 \text{ m/s}$$
   Il tempo disponibile per l'evacuazione è $\Delta t = 150000/67.6 \approx 2219$ s.
   Risposta: $2218 \text{ s} \leq \Delta t \leq 2220$ *s*.

2. **Virata!**
   Scomponiamo la portanza F in due componenti: una verticale, $F_y = F\cos\theta$ che sostiene l'aereo, e una orizzontale, centripeta, $F_x = F\sin\theta$. Dal sistema
   $$\begin{cases} F\cos\theta = mg \\ F\sin\theta = m\dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$
   dove m è la massa dell'aereo, otteniamo:
   $$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{g\,R}\right) \approx 37.8°.$$
   Risposta: $37.7° \leq \theta \leq 37.9°$.

3. **Onda d'urto**
   La "forza" che spinge lo tsunami sviluppa una potenza $P = F \cdot v$ dove $F = p \cdot A$ e $I = P/A$ da cui:
   $$I = \frac{P}{A} = \frac{pAv}{A} \rightarrow p = \frac{I}{v} = 30000 \text{ N/m}^2$$
   Risposta: $29999 \text{ Pa} \leq p \leq 30001$ Pa.

4. **Bilanciamento**
   Il lavoro fatto dal gas per svuotare le vasche di zavorra è dato da
   $$W = p\Delta V$$
   con
   $$p = p_0 + \rho_m gh = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa } + (1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(200 \text{ m }) = 2.122185 \times 10^6 \text{ Pa}$$
   e
   $$\Delta V = \frac{(33800 - 23200) \times 10^3 \text{ kg}}{1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 10291.26214 \text{ m}^3$$
   Questo lavoro equivale a una massa di uranio-235
   $$m = \frac{W}{(0.20 \text{ GeV}) \times (2.56 \times 10^{24} \text{ atomi/kg})} \approx 0.266 \text{ g}$$
   Risposta: $0.263 \text{ g} \leq m \leq 0.269$ g.

5. **Scoperchiamento**
La differenza di pressione tra interno e esterno è:

$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \frac{F}{A} = \frac{18.0 \times 10^4 \text{ N}}{100 \text{ m}^2} = 1.80 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Applicando il teorema di Bernoulli possiamo scrivere:

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho_0 \left(v_{\text{ext}}^2 - v_{\text{int}}^2\right) = \frac{1}{2}\rho_0 v_{\text{ext}}^2 \rightarrow v_{\text{ext}} = \sqrt{\frac{2\,\Delta P}{\rho_0}} \approx 52.83 \text{ m/s} = 190.2 \text{ km/h}$$

Risposta: $52.3 \text{ m/s} \leq v_{\text{ext}} \leq 53.4 \text{ m/s}$.

6. **Nelle caverne**
Il tempo trascorso tra l'arrivo del suono riflesso dal soffitto e quello riflesso dal pavimento della grotta è il tempo che il suono impiega per percorrere la distanza $2h$:

$$\Delta t = 0.052 \text{ s} - 0.031 \text{ s} = 0.021 \text{ s} \rightarrow h = \frac{v\Delta t}{2}$$

La velocità del suono nella caverna, assumendo che l'aria si comporti come un gas ideale, è data dalla teoria cinetica dei gas, e dal valore v_0 noto a $T_0 = 273{,}15$ K:

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \rightarrow v = v_0\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

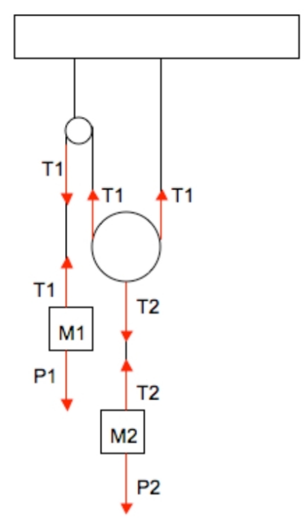
da cui:

$$h = \frac{v_0 \Delta t}{2}\sqrt{\frac{T}{T_0}} \approx 3.59 \text{ m}$$

Risposta: $3.55 \text{ m} \leq h \leq 3.63 \text{ m}$.

7. **Rifornimento**
Lungo la direzione verticale la II legge della dinamica applicata rispettivamente alle massa m_1 e m_2 si scrive:

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \\ \end{cases}$$



La somma delle forze agenti sulla carrucola fissa deve valere 0, dato che la sua massa è nulla, da cui: $T_2 = 2T_1$. Inoltre lo spazio percorso dalla massa m_1 è il doppio di quello percorso dalla massa m_2, e quindi i moduli delle due accelerazioni sono legati tra di loro dalla seguente relazione: $a_1 = 2a_2$. Il sistema di riscrive:

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = 2m_1 a_2 \\ m_2 g - 2T_1 = m_2 a_2 \end{cases}$$

Risolvendo si ricava:

$$m_1 = \frac{m_2}{2} \cdot \frac{g - a_2}{g + 2a_2} = 21.54 \text{ kg}$$

Valori inferiori daranno luogo ad un'accelerazione a_2 troppo grande.
Risposta: $21.32 \text{ kg} \leq m_1 \leq 21.76 \text{ kg}$.

8. **Che mira!**
L'angolo con il quale il raggio rifratto (partito dal pesce) colpisce l'occhio del ragazzo, che corrisponde all'angolo di incidenza nell'ideale percorso inverso aria-acqua, è

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{2.6}{1.8}\right) \approx 55.30^\circ$$

Possiamo ricavare il corrispondente angolo di rifrazione:

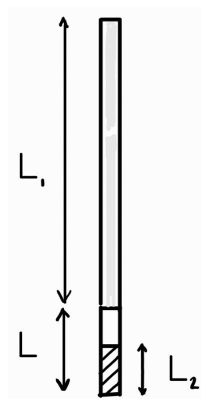
$$\theta_r = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.33}\sin(55.30^\circ)\right) \approx 38.18^\circ$$

Da cui la distanza effettiva calcolata nel modo seguente:

$$x_{\text{eff}} = (0.6\text{ m})\tan(55.30^\circ) + (1.2\text{ m})\tan(38.18^\circ) \approx 1.81\text{ m}$$

Risposta: $1.79\text{ m} \leq x_{\text{eff}} \leq 1.83\text{ m}$.

9. **Compensazione**
Siano L_1 e L_2 le lunghezze del ferro e della colonna di mercurio, A la loro sezione.



Le masse m_1 e m_2 si esprimono:

$$m_1 = \rho_{\text{Fe}} A L_1 \qquad m_2 = \rho_{\text{Hg}} A L_2$$

mentre la posizione del centro di massa rispetto al riferimento scelto è data da:

$$m x_{cm} = m_1 \frac{L_1}{2} + m_2\left(L_1 + L - \frac{L_2}{2}\right)$$

Per effetto di una variazione di temperatura ΔT il centro di massa di sposterà di:

$$m\Delta x_{cm} = m_1 \frac{\Delta L_1}{2} + m_2\left(\Delta L_1 - \frac{\Delta L_2}{2}\right)$$

dove

$$\Delta L_1 = \lambda_{\text{Fe}} L_1 \Delta T \qquad \Delta L_2 = 3\lambda_{\text{Hg}} L_2 \Delta T.$$

Il fattore 3 sulla dilatazione del mercurio deriva dal fatto che la base della colonna è da considerarsi di sezione costante e quindi la sua altezza varia come il volume. Imponendo che sia $\Delta x_{cm} = 0$ otteniamo un' equazione di secondo grado in L_2:

$$\frac{1}{2}\rho_{\text{Fe}}\lambda_{\text{Fe}} L_1^2 + \rho_{\text{Hg}}\lambda_{\text{Fe}} L_1 L_2 - \frac{3}{2}\rho_{\text{Hg}}\lambda_{\text{Hg}} L_2^2 = 0$$

con i dati numerici del problema e i valori della tabella troviamo $L_2 \approx 13.74$ cm.
Risposta: $13.60\text{ cm} \leq L_2 \leq 13.88\text{ cm}$.

10. **Sismografo**
Valgono le seguenti relazioni:
$$D = v_p t_p = v_s t_s = v_s(t_p + \Delta t)$$
per cui la distanza D dell'epicentro vale
$$D = \frac{\Delta t \, v_s \, v_p}{v_p - v_s} = 179.5 \text{ km}.$$
Risposta: $177.7 \text{ km} \leq D \leq 181.3 \text{ km}$.

11. **Sintonizzati**
Sia $\mathcal{S}(\theta)$ la superficie affacciata. La capacità del condensatore vale:
$$C(\theta) = \varepsilon_0 \frac{\mathcal{S}(\theta)}{d} = \varepsilon_0 \frac{R^2(\pi - \theta)}{2d}$$
e si ricava per θ:
$$\theta = \pi - \frac{2dC(\theta)}{\varepsilon_0 R^2} \approx 93.72°$$
Risposta: $92.78° \leq \theta \leq 94.65°$.

12. **Stay tuned!**
L'antenna mostra all'onda una «superficie efficace» S rettangolare, con base uguale al diametro del cilindro e altezza uguale a quella del cilindro. L'irradiamento minimo necessario per il funzionamento dei walkie-talkie è
$$I_{\text{min}} = \frac{P_{\text{min}}}{S} = \frac{1,0 \times 10^{-11} \text{ W}}{(0,010 \text{ m})(0,10 \text{ m})} = 1,0 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$
Da cui la massima distanza di funzionamento:
$$d_{\text{max}} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_{\text{min}}}} = \sqrt{\frac{0.50 \text{ W}}{4\pi \times 1,0 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2}} \approx 1995 \text{ m}$$
Risposta: $1994 \text{ m} \leq d_{\text{max}} \leq 1996 \text{ m}$

13. **Ipnosi**
L'accelerazione effettiva che agisce sul pendolo ha modulo:
$$g_{\text{eff}} = \sqrt{(2g)^2 + g^2} = \sqrt{5}g$$
da cui il periodo del pendolo:
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{\text{eff}}}} \approx 0.600 \text{ s}$$
Risposta: $0.594 \text{ s} \leq T \leq 0.606 \text{ s}$

14. **Gravità artificiale**
La testa della persona si trova a distanza R = 500 m - 1.7 m = 498.3 m dall'asse di rotazione. L'accelerazione centrifuga che riveste il ruolo di gravità artificiale si ottiene da:
$$g_{\text{app}} = \omega^2 R \to f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g_{\text{app}}}{R}}$$
il cui valore in giri al minuto è 60 volte maggiore e vale $f = 1.340$ giri/min.
Risposta: $1.339 \leq \text{giri/minuto} \leq 1.341$

15. **Cambio di orbita**

La velocità iniziale è data da $v_i = \sqrt{\dfrac{GM}{R}}$.

La traiettoria finale sarà un'ellisse alla quale appartiene il punto in cui è avvenuta l'accelerazione. Poiché la velocità è tangente alla traiettoria, l'ellisse e la circonferenza iniziale saranno tangenti in quel punto che costituisce quindi il perielio a distanza $R \to$ il semiasse maggiore dell'orbita ellittica è $a = \dfrac{3R}{2}$. Dal bilancio energetico possiamo scrivere:

$$-\frac{GM}{3R} = -\frac{GM}{R} + \frac{v_f^2}{2}$$

che implica: $v_f^2 = \dfrac{4GM}{3R} \to \dfrac{v_f}{v_i} = \sqrt{\dfrac{4}{3}} \approx 1,155$

Risposta: $1.154 \leq \dfrac{v_f}{v_i} \leq 1.156$