Laboratorio e misure

Maria Luisa De Giorgi marialuisa.degiorgi@unisalento.it
Andrea Ventura andrea.ventura@unisalento.it

3 settembre 2024

La fisica e la misura

La fisica è una scienza fondamentale che ha per oggetto la comprensione dei fenomeni naturali che accadono nel nostro universo.

È basata su osservazioni sperimentali e misure quantitative allo **scopo di sviluppare teorie** in grado di predire fenomeni e risultati di esperimenti.

Le leggi fondamentali sono espresse nel linguaggio della matematica, lo strumento che realizza un **legame tra teoria ed esperimento**.

Il metodo scientifico

La metodologia utilizzata in Fisica può essere schematizzata nelle seguenti fasi:

- Si individua il fenomeno.

- Il fenomeno è **descritto da alcune sue caratteristiche**, dette *grandezze fisiche*, **valutate quantitativamente** per mezzo di *operazioni di misura* (o *misurazioni*).

- Le misure effettuate forniscono le informazioni attraverso le quali **si determina il modo in cui ogni grandezza è legata alle altre nell’ambito di quel fenomeno**.

- È quindi possibile **formulare le leggi che governano il fenomeno** osservato oppure effettuare un confronto tra eventuali previsioni teoriche e i dati sperimentali.

Misurazione

Alla base del **Metodo Sperimentale** c'è la definizione di grandezza

Si definisce **grandezza fisica** di un sistema fisico una sua caratteristica (ad esempio lunghezza, massa, velocità ...) sulla quale possa essere eseguita **un'operazione di misura** mediante una **ben definita procedura sperimentale**

La **misura** è l'operazione che assegna in modo **oggettivo e riproducibile** un certo valore alla grandezza, mediante l'uso di strumenti e tramite metodi pratici ed analitici.

Il **processo di misurazione** è alla base di ogni scienza sperimentale.

La misura è **diretta** (o relativa) se eseguita per confronto con un campione (unità di misura)

*Il confronto è **<u>simultaneo</u>** quando il sistema fisico di cui si misura la grandezza e il campione unitario sono entrambi presenti all'atto della misura (ad es. la misura di una lunghezza per confronto con un regolo graduato o di una massa per confronto con le masse campioni di una pesiera).*

*Il confronto è **<u>differito</u>** quando avviene per mezzo di uno strumento di misura tarato (ad es. un termometro).*

Una grandezza fisica è misurata **indirettamente** (misura assoluta) se può essere definita e misurata tramite altre grandezze

Esempio: la misura della velocità richiede misure dirette di distanze e tempi

Misura di una grandezza fisica

valore numerico della misura

misura della grandezza in esame

$$\boxed{G = g\,\{G\}}$$

unità di misura

La misura è ***oggettiva***, cioè indipendente da **_osservatore_**, **_momento_** e **_luogo_**.

Alcune grandezze fisiche, dette **grandezze fondamentali**, opportunamente scelte sono usate per la definizione operativa delle altre grandezze fisiche (**grandezze derivate**).

Le grandezze fondamentali sono fra loro <u>indipendenti</u> ed, in linea di principio, può essere scelta come fondamentale ogni grandezza fisica misurabile.

Un gruppo di grandezze fondamentali insieme alle relative unità di misura costituisce un **Sistema di Unità di Misura** (**SUM**)

Sistemi di unità di misura

La scelta delle grandezze fondamentali e delle relative unità di misura, pur essendo arbitraria, deve essere indirizzata da alcuni criteri:

- Definibili senza ambiguità
- Costanti nel tempo e nello spazio
- Pratiche rispetto all'uso e disponibili in laboratorio

e deve essere fatta secondo una convenzione universalmente valida.

Strumenti di misura

Lo strumento di misura è un sistema fisico costruito sulla base di teorie e tecnologie opportune per ottenere informazioni su altri sistemi fisici con i quali si fa interagire.

Lo ***strumento di misura*** interagendo con la grandezza da misurare (***sollecitazione***) fornisce un valore quantitativo (***risposta***) rilevabile.

Componenti:

rivelatore: elemento sensibile alla grandezza *G* della quale si vuole conoscere il valore *V(G)*

trasduttore: trasforma la sollecitazione in una grandezza facilmente utilizzabile

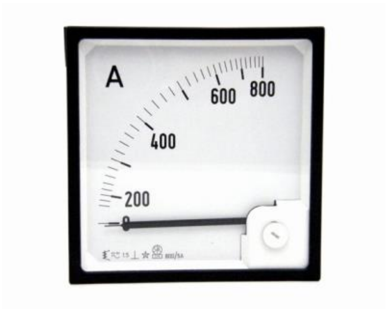
visualizzatore: visualizza la risposta *R(G)* dello strumento

rivelatore → ***trasduttore*** → ***visualizzatore***

Tipi di strumenti

Strumento analogico:

la risposta viene letta su una scala graduata sulla quale si muove un indice;



Strumento digitale:

la risposta analogica è digitalizzata
(e rappresentata in cifre su un supporto visivo-display).

Curva di risposta e scala

Al **variare della sollecitazione** apportata dalla grandezza fisica allo strumento di misura, **varia la risposta dello strumento** in base alle leggi che regolano il funzionamento dello strumento stesso.

Ogni strumento è caratterizzato da una funzione $R(G)$ che lega la risposta alla variazione della grandezza.

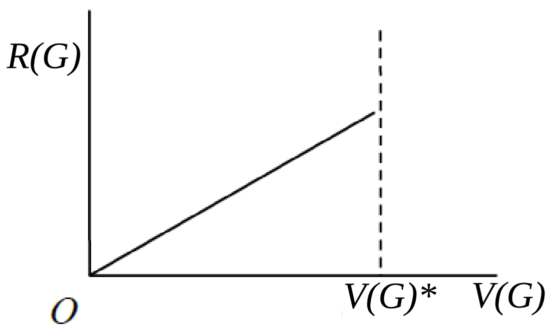
Affinché lo strumento sia utilizzabile senza ambiguità è necessario che:

ad ogni valore di G ($\equiv V(G)$) corrisponda uno ed un solo valore di $R(G)$, e viceversa

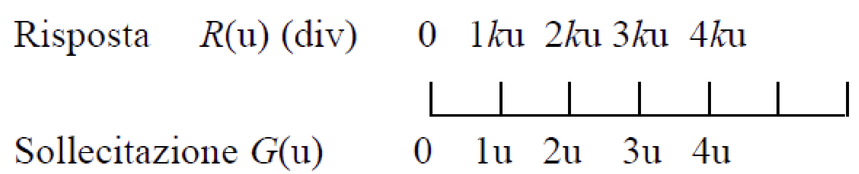
Curva di risposta e scala

Se la risposta è di tipo lineare:

$$R(G) = k \cdot V(G)$$



Scala lineare

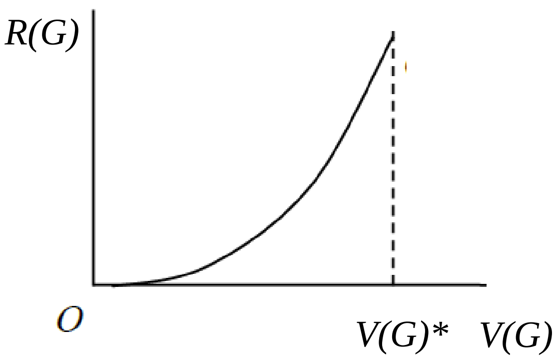


Valore massimo apprezzabile dallo strumento (*portata*)

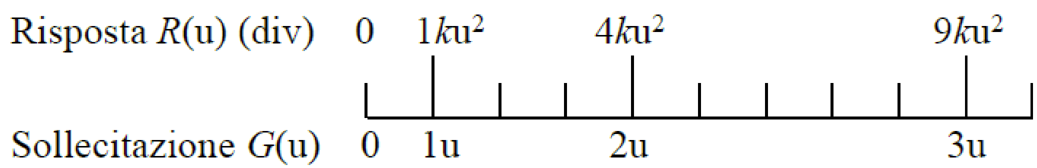
In uno strumento analogico $R(G)$ definisce la scala dello strumento (→ *la successione delle posizioni delle tacche con i corrispondenti valori*)

Curva di risposta e scala

Se la risposta è di tipo quadratico: $R(G) = k \cdot V^2(G)$



Scala quadratica



Valore massimo apprezzabile
dallo strumento (*portata*)

Caratteristiche generali degli strumenti di misura

Intervallo di funzionamento:
È dato dal valore minimo – *soglia* – e dal valore massimo – *portata* – della grandezza in esame che lo strumento è in grado di fornire

Fuori da questo intervallo la qualità della misura non è garantita ed in alcuni casi è possibile che lo strumento sia danneggiato

attenzione alla portata!

Prontezza:
È legata al tempo necessario (***tempo caratteristico $\boldsymbol{\tau}$***) affinché lo strumento risponda ad una variazione della grandezza.

tempo caratteristico τ $\Downarrow$ prontezza $\Uparrow$

Rappresenta *la rapidità con cui lo strumento è in grado di fornire il risultato di una misura*.

Sensibilità:

È la più piccola variazione della grandezza apprezzabile dallo strumento,

ovvero

È la più piccola variazione della sollecitazione che induce una variazione di risposta dallo strumento

Importanza delle incertezze nelle misure fisiche

La parola "errore" non significa **equivoco** o **sbaglio**

Essa assume il significato di **incertezza** da associare alla misura

Nessuna grandezza fisica può essere misurata con completa certezza

Poichè è inevitabile che in una misura tutte le fonti di incertezza siano eliminate, il **valore vero** di una grandezza, che sarebbe il risultato di un'operazione di misura ideale, priva di errore, perde significato.

Pertanto, perchè una misura abbia senso è necessario determinare oltre alla "**migliore stima**" del valore vero, l'**indeterminazione** da cui è presumibilmente affetta.

Rappresentazione di una misura

Il risultato di una misura ha due componenti essenziali:

- un ***valore numerico*** (in un dato sistema di unità) che rappresenta **la migliore stima possibile** del valore vero della grandezza misurata,

- una ***incertezza*** associata al valore stimato (espressa con le stesse unità di misura della grandezza fisica a cui è associato).

Il risultato di una misura sarà espresso nella maniera seguente:

Valore misurato = stima ± incertezza

$$G = M(G) \pm \Delta G$$

Quest'affermazione significa che:

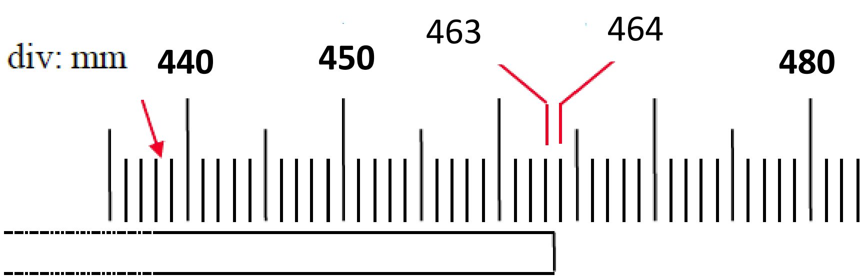
- la migliore stima della quantità misurata è $M(G)$;
- lo sperimentatore è confidente che la grandezza abbia un valore compreso tra

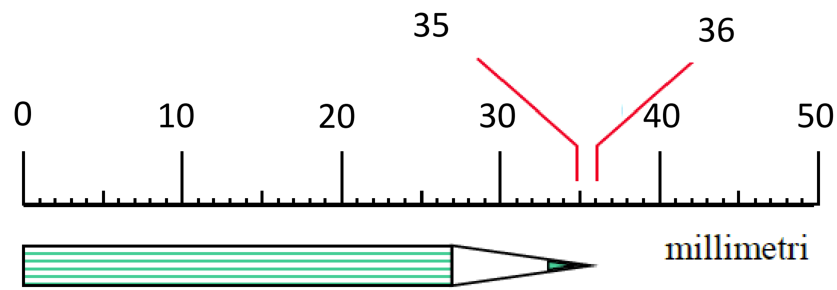
$M(G) - \Delta G$ e $M(G) + \Delta G$

Misure e incertezze

Nessuna grandezza fisica può essere determinata con precisione assoluta ma è sempre affetta da una indeterminazione o errore.

La bontà della misura dipende dal modo in cui la grandezza e' misurata (*tipo di strumento, procedura,...*)





$$463\ mm \le l \le 464\ mm \qquad\qquad 35\ mm \le l \le 36\ mm$$

$$l = (463.5 \pm 0.5)\ mm \qquad\qquad l = (35.5 \pm 0.5)\ mm$$

Si dice in questo caso che la misura di lunghezza è stata eseguita con una incertezza di "sensibilità" di 0.5 mm.

Gli errori

- Svarioni
- Disturbi
- Errori sistematici
- Errori casuali

Gli svarioni

Sono quegli errori madornali dovuti ad esempio ad una distrazione dello sperimentatore (lettura errata dello strumento, trascrizione sbagliata dei dati, …)

I disturbi

I disturbi sono errori occasionali, temporanei, che scompaiono quando la misura viene ripetuta

Entrambi sono eliminabili da parte di un attento sperimentatore.

Gli errori sistematici

Sono errori che alterano la misura <u>sistematicamente</u> in eccesso o in difetto

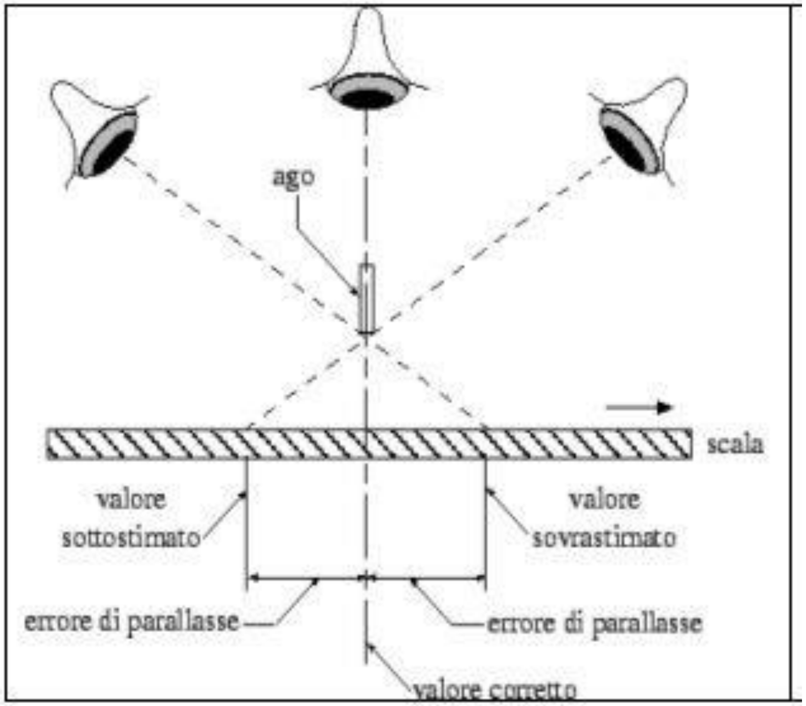
<u>non sono rilevati mediante la ripetizione delle misure, ma confrontando risultati di misure eseguite con strumenti o procedure diverse</u>

Gli errori sistematici

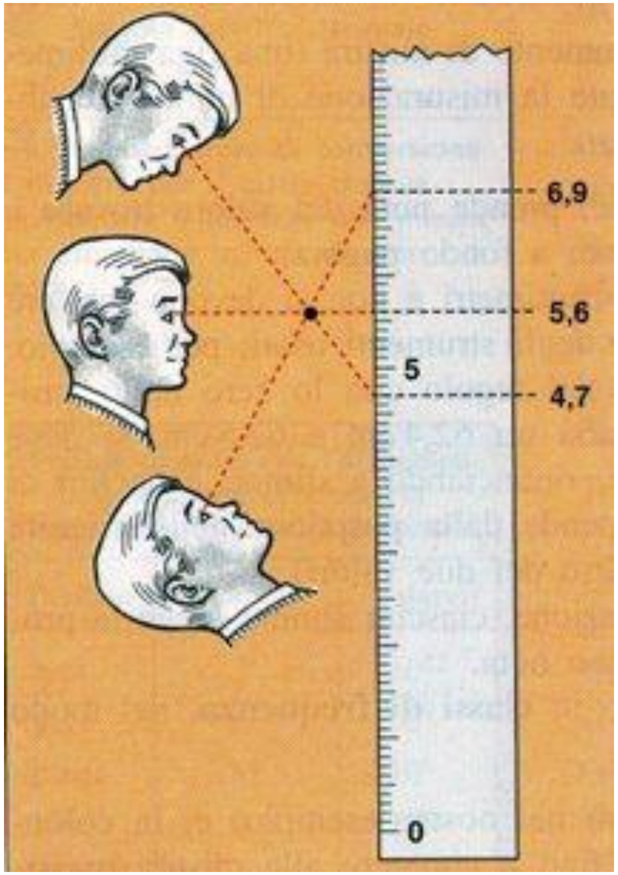
Difetti dello strumento (in uno strumento starato non esiste accordo tra il “valore vero” della grandezza e la risposta dello strumento)

Interazione strumento-fenomeno (nella misura della temperatura di un fluido con un termometro ciò che si misura effettivamente è la temperatura del sistema termometro-fluido dopo il raggiungimento dell’equilibrio termodinamico)

Interazione strumento-sperimentatore (nell’errore di parallasse l’errore è dovuto ad una sbagliata angolazione dello sperimentatore rispetto alla scala dello strumento)



ago
scala
valore
sottostimato
valore
sovrastimato
errore di parallasse
errore di parallasse
valore corretto



6,9
5,6
5
4,7
0

Gli errori sistematici

Errate condizioni di lavoro (alcuni strumenti sono tarati per lavorare a determinate temperature e forniscono risposte non veritiere se usati ad altre temperature)

Errori dovuti all'imperfetta schematizzazione, riproduzione ed interpretazione del fenomeno (nello studio del moto uniformemente accelerato di un carrello su una rotaia-guida non si tiene conto degli attriti e si dà un'interpretazione ingenua, semplificata e non precisa del fenomeno)

Gli errori casuali

Ripetendo più volte una stessa misura nelle medesime condizioni sperimentali, i risultati possono fluttuare per l'influenza di cause sconosciute allo sperimentatore oppure note ma che producono effetti che sfuggono al suo controllo.

Gli errori casuali possono avvenire con uguale probabilità sia in difetto che in eccesso rispetto al valore vero: tipicamente si distribuiscono in modo simmetrico intorno alla **media aritmetica**

↓

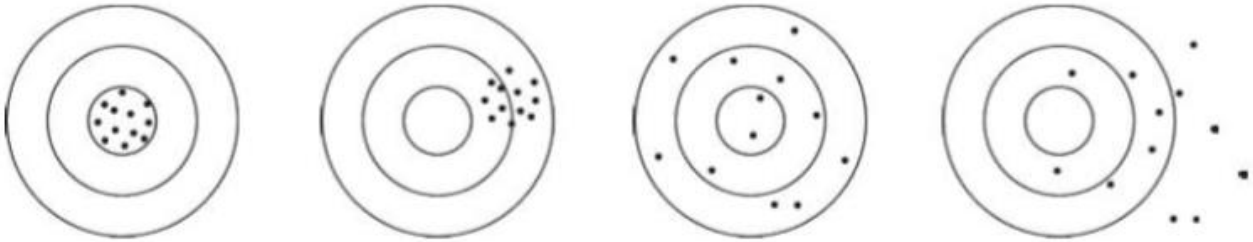
<u>sono rilevati mediante la ripetizione delle misure e sono spiegati con l'impossibilità di riprodurre esattamente le stesse condizioni sperimentali</u>

<u>**Osservazione**</u>: se si adopera per la misura uno strumento di scarsa sensibilità, i valori delle misure ripetute coincidono

Gli errori casuali

A differenza degli errori sistematici, gli errori casuali sono inevitabili e non eliminabili, ma trattabili in quanto il loro contributo può essere quantificato mediante l’analisi statistica dei risultati.

Errori casuali e sistematici - precisione ed accuratezza



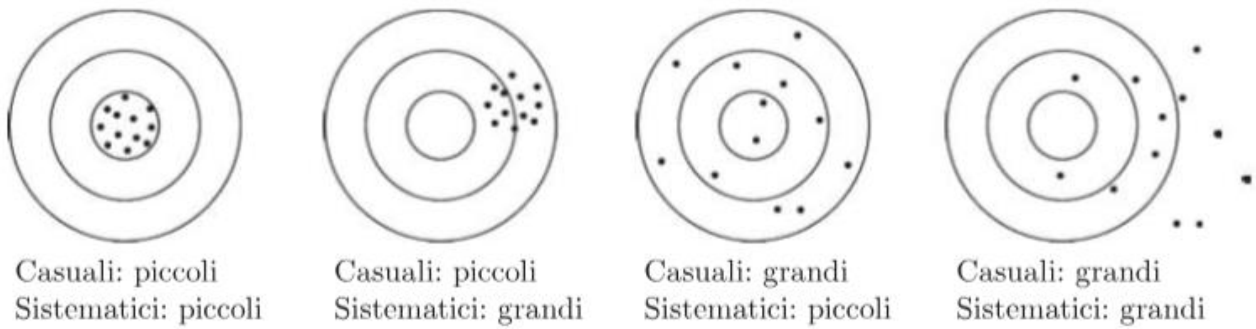
Casuali: piccoli
Sistematici: piccoli

Casuali: piccoli
Sistematici: grandi

Casuali: grandi
Sistematici: piccoli

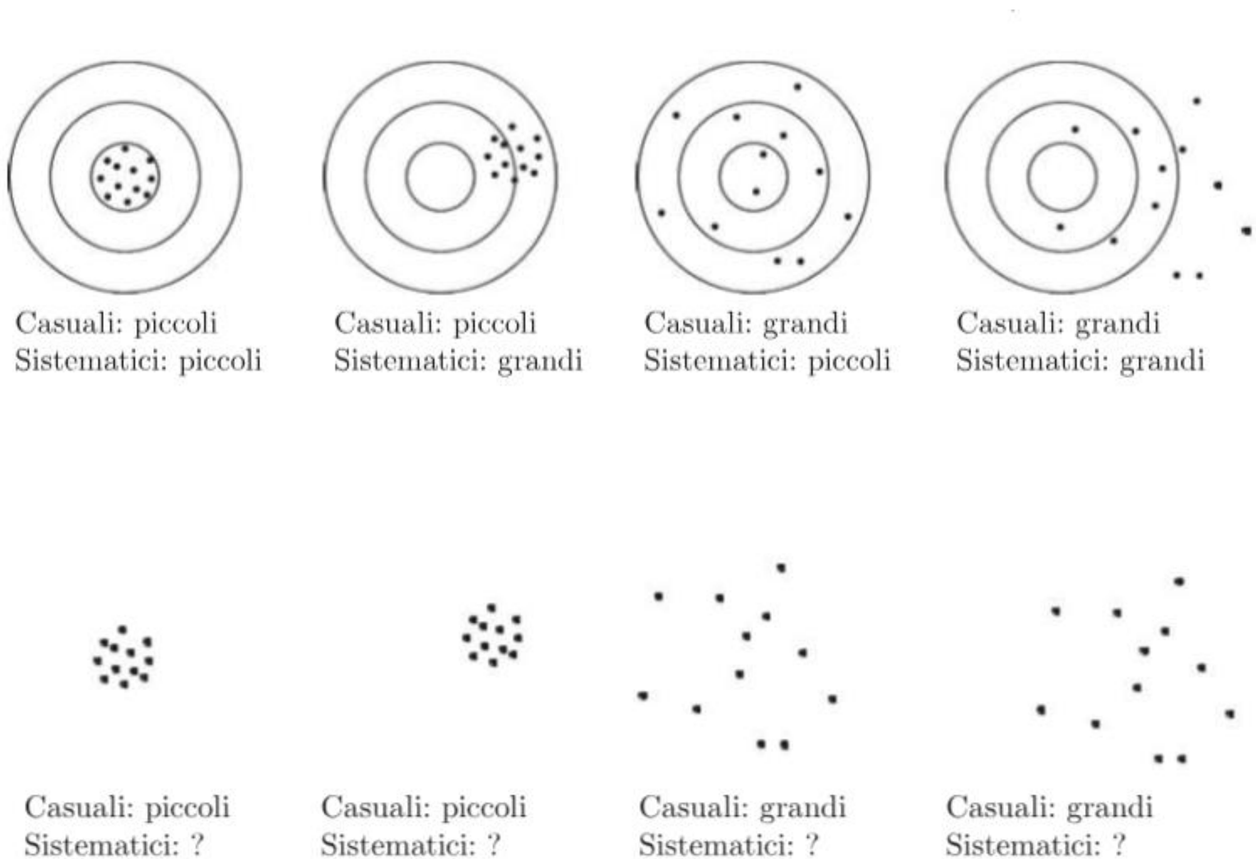
Casuali: grandi
Sistematici: grandi

Errori casuali e sistematici - precisione ed accuratezza



Misure precise e accurate	*Misure precise ma poco accurate*	*Misure poco precise ma accurate*	*Misure poco precise e poco accurate*

Errori casuali e sistematici - precisione ed accuratezza



Normalmente in una misura ci sono sia incertezze casuali che sistematiche

In una buona misura deve essere

errore sistematico << errore casuale

Una misura richiede due tipi di operazioni:

- migliore stima del valore vero della grandezza
- valutazione dell'incertezza su tale stima

Risultato ed incertezza sperimentale devono essere scritti in modo ***coerente***, nel senso che, **nell'esprimere il risultato di una misura vanno indicate *tutte e sole* le *cifre significative*.**

Perché è importante scrivere il risultato di una misura con il numero corretto le cifre significative?

Danno un'indicazione della bontà della misura

Incertezze nelle misure dirette

1° Caso

Le incertezze sono legate alla sensibilità degli strumenti impiegati

<u>Incertezza di sensibilità ≥ fluttuazione intrinseca delle misure.</u>

Incertezze di sensibilità

Incertezze di sensibilità

Supponiamo di voler eseguire la misura della lunghezza x di un parallelepipedo utilizzando una riga millimetrata e di ripetere la misura N volte.
Noteremo che tutte le misure danno come risultato lo stesso valore in quanto <u>lo strumento non è così sensibile da percepire le fluttuazioni intrinseche alla misura</u>.

In tal caso si può solo dire, ad esempio, che

$2.5\ cm < x < 2.6\ cm$ ovvero $x = (2.55 \pm 0.05)\ cm$

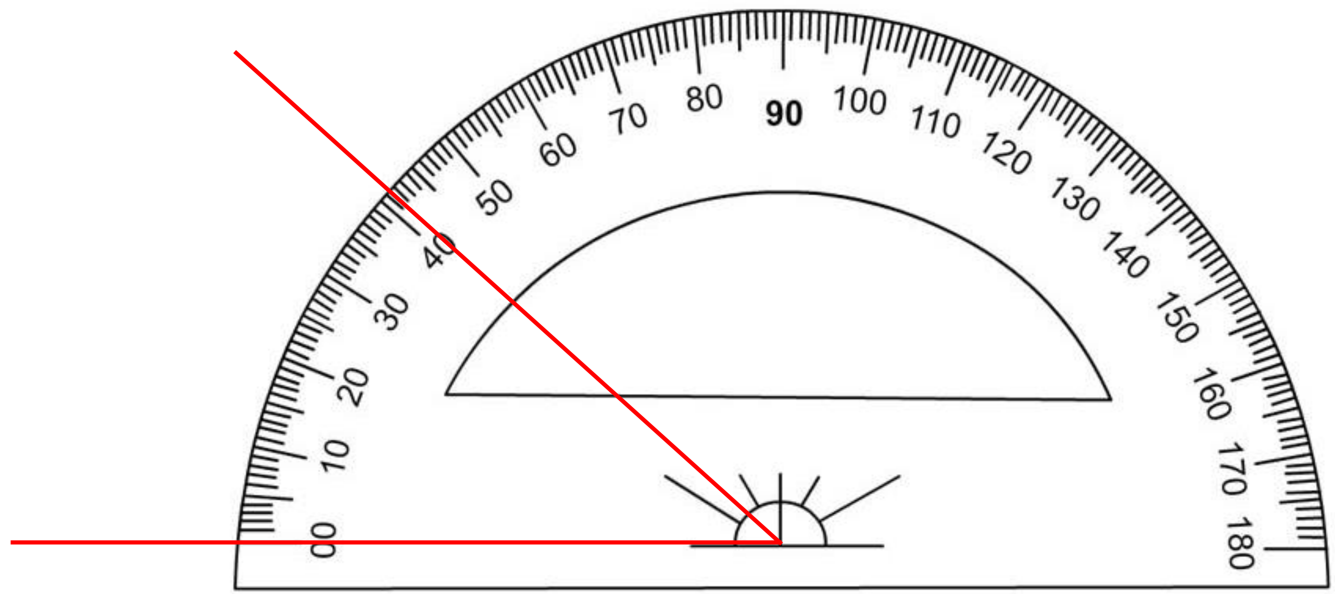
Analogamente se vogliamo effettuare una misura con il termometro clinico allora dalla lettura sulla scala risulta

$$36.6° \, C < x < 36.7° \, C$$

Siamo cioè in grado di apprezzare mezzo decimo di grado e il risultato della misura si scrive è

$$T = (36.65 \pm 0.05)° \, C$$

Ancora supponiamo di voler misurare l'ampiezza di un angolo con il goniometro in figura.



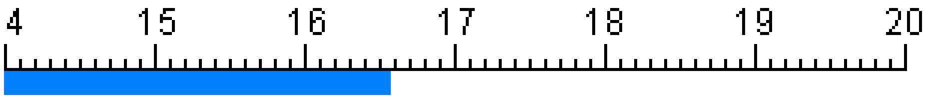
Con questo strumento si può apprezzare mezzo grado

$$41° < \alpha < 42°$$

e il risultato di una tipica misura si scrive

$$\alpha = (41.5 \pm 0.5)°$$

Incertezze assolute e relative



$$x = (16.55 \pm 0.05)\ cm$$

L'**incertezza assoluta** della misura e' $0.05\ cm$ (ovvero $0.5\ mm$)

Ma l'incertezza ΔG da sola può non essere sufficiente a determinare la bontà della misura, che dipende anche dal valore della grandezza misurata.

L'**incertezza relativa** della misura e' data da $$\frac{\Delta G}{M} = \frac{\Delta x}{x}$$

(misura più grossolana)

$$x_1 = (4.55 \pm 0.05)\ cm$$

$$x_2 = (53.20 \pm 0.05)\ cm$$

$$\frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{0.05}{4.55} \approx 0.01(1\%)$$

$$\frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{0.05}{53.20} \approx 0.001(0.1\%)$$

Errori casuali

Fino ad ora abbiamo correlato la bontà di una misura alla sensibilità degli strumenti utilizzati: in una serie di *N* misure ripetute, le misure hanno tutte dato lo stesso valore come risultato.

E' possibile però anche che le *N* misure ripetute della stessa grandezza diano valori differenti:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots x_N$$

2° Caso

Incertezza di sensibilità < fluttuazione intrinseca delle misure.

Immaginiamo per esempio che un osservatore **A** abbia misurato il periodo di oscillazione di un pendolo con un cronometro sensibile ad apprezzare $0.01\ s$ e che abbia ripetuto la stessa misura 10 volte.

I risultati (in s) ottenuti sono riportati di seguito

$$x_i = 1.51,\ 1.50,\ 1.51,\ 1.53,\ 1.51,\ 1.50,\ 1.50,\ 1.51,\ 1.52,\ 1.52$$

Le misure non sono più ripetibili.

$$x_i = 1.51,\ 1.50,\ 1.51,\ 1.53,\ 1.51,\ 1.50,\ 1.50,\ 1.51,\ 1.52,\ 1.52$$

Poiché le misure non danno lo stesso valore, *l'indeterminazione sulla misura non è data più solo dallo strumento*.

I valori sono diversi a causa delle fluttuazioni casuali legate alla procedura della misura. *Ad esempio, il tempo di reazione dell'osservatore non può essere rigorosamente lo stesso*.

E’ necessario trovare dei criteri per:

- Esprimere il valore più rappresentativo della grandezza (la migliore stima)
- Valutare l’indeterminazione associata
- Dare una rappresentazione grafica espressiva della serie di misure (<u>campione di dati</u>)

Frequenze assolute

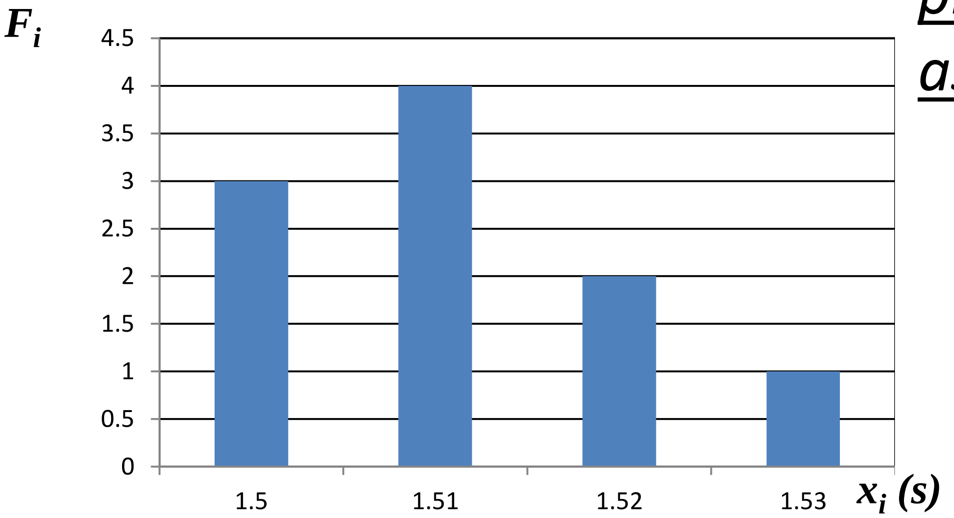
Riprendiamo i dati:

$$1.51,\ 1.50,\ 1.51,\ 1.53,\ 1.51,\ 1.50,\ 1.50,\ 1.51,\ 1.52,\ 1.52$$

Si può osservare che alcuni valori si presentano più di una volta. Pertanto il campione delle 10 misure può essere organizzato in modo più conveniente in una tabella in cui si riporta il numero di volte che lo stesso valore si presenta in una serie di misure. Questa quantità è detta frequenza assoluta (F_i).

Dati x_i (s)	**Frequenza assoluta, F_i**
1.50	3
1.51	4
1.52	2
1.53	1

Dati x_i (s)	**Frequenza assoluta, F_i**
1.50	3
1.51	4
1.52	2
1.53	1



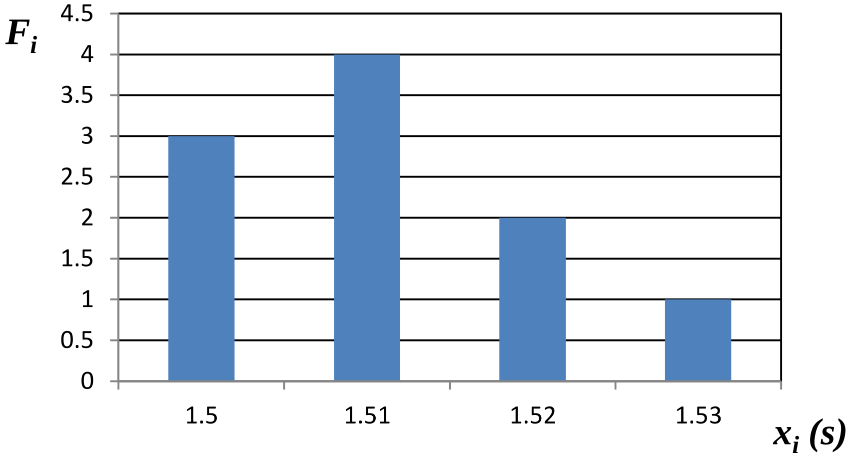
Rappresentiamo graficamente i dati in un diagramma riportando in ascissa i valori dei dati ed in ordinate le corrispondenti frequenze assolute.

Nel diagramma le barre verticali hanno lunghezza proporzionale alla frequenza assoluta.

Si assume che il valore più rappresentativo della grandezza X sia la **media aritmetica** delle misure, definita come

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i}$$

Dati x_i (s)	Frequenza assoluta, F_i
1.50	3
1.51	4
1.52	2
1.53	1



In questo caso

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(1.51 + 1.50 + \ldots)s = 1.511s$$

Il diagramma usato per rappresentare le misure è detto <u>diagramma a barre.</u>

Incertezze

Per valutare l'incertezza associata si determina il **campo di variazione** (intervallo in cui varia il valore della grandezza) delle misure, detto anche **intervallo di dispersione**, e che è rappresentato tra la differenza fra il valore massimo, $\boldsymbol{x_{max}}$, ed il valore minimo, $\boldsymbol{x_{min}}$.

L'incertezza, Δx, è data da

$$\boxed{\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}}$$

detta **semidispersione massima**.

In questo caso si presume che, ripetendo ulteriormente la misura, il risultato cada nell'intervallo di estremi $(\bar{x} - \Delta x)$ e $(\bar{x} + \Delta x)$.

Nell'esempio considerato con $N=10$:

Dati x_i (s)	**F. assoluta, F_i**
1.50	3
1.51	4
1.52	2
1.53	1

x_{min}=1.50 s

x_{max}=1.53 s

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} = \frac{1.53 - 1.50}{2} = \frac{0.03}{2} = 0.015$$

essendo $\overline{x} = 1.511s$

$$\boxed{x = (1.511 \pm 0.015)\ s}$$

La valutazione dell'errore tramite la semidispersione massima si usa solitamente per un campione con N piccolo, (N =10, o anche per N minori).

Scarto

Quando si dispone di numerose misure di una grandezza, la semidispersione massima sarebbe una valutazione troppo pessimistica dell'errore (*non avrebbe senso ripetere un numero così alto di volte la misura, con dispendio di forze e tempo, senza un effettivo vantaggio, senza migliorare la bontà della misura*).

Una valutazione meno grossolana potrebbe essere fatta elaborando gli scarti.

- Si definisce *scarto della i-esima misura* la quantità

$$\boxed{\xi_i = x_i - \bar{x}}$$

Esso dà un'indicazione dello scostamento, dovuto alle fluttuazioni casuali, della singola misura dal valor medio.

Per <u>quantificare la dispersione dei dati</u>, si sarebbe tentati di fare una media degli scarti (*come cioè sono distribuiti i valori delle misure*), ma occorre subito dire che essa è di nessuna utilità in quanto tale media è sempre nulla.

Infatti:

Le fluttuazioni sono casuali e i valori si distribuiscono simmetricamente intorno alla media aritmetica

Si può dimostrare che:

$$\bar{\xi} = \frac{1}{N}\sum_i \xi_i = \frac{1}{N}\sum_i (x_i - \bar{x}) = \frac{1}{N}\sum_i x_i - \frac{1}{N}\sum_i \bar{x} = \bar{x} - \frac{1}{N} N\bar{x} = 0$$

Deviazione standard

La valutazione più opportuna dell'errore casuale è data dallo **scarto quadratico medio** o **deviazione standard**, σ (*che ha un importante significato probabilistico*).

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2}}$$

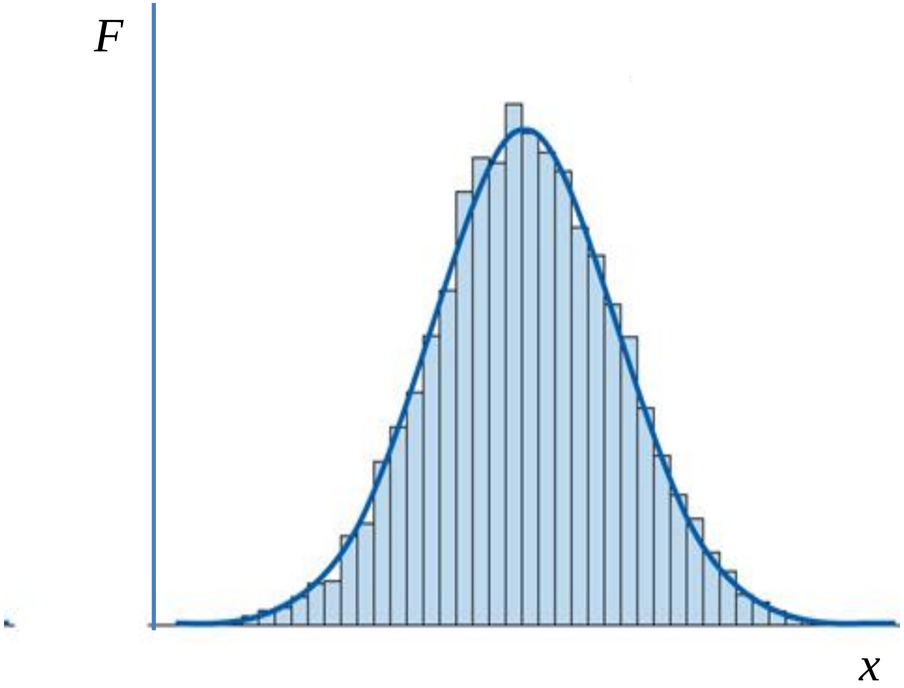
Ovvero è la radice quadrata della media dei quadrati degli scarti.

NOTA: il quadrato degli scarti evita che la sua sommatoria sia nulla e la radice quadrata restituisce a

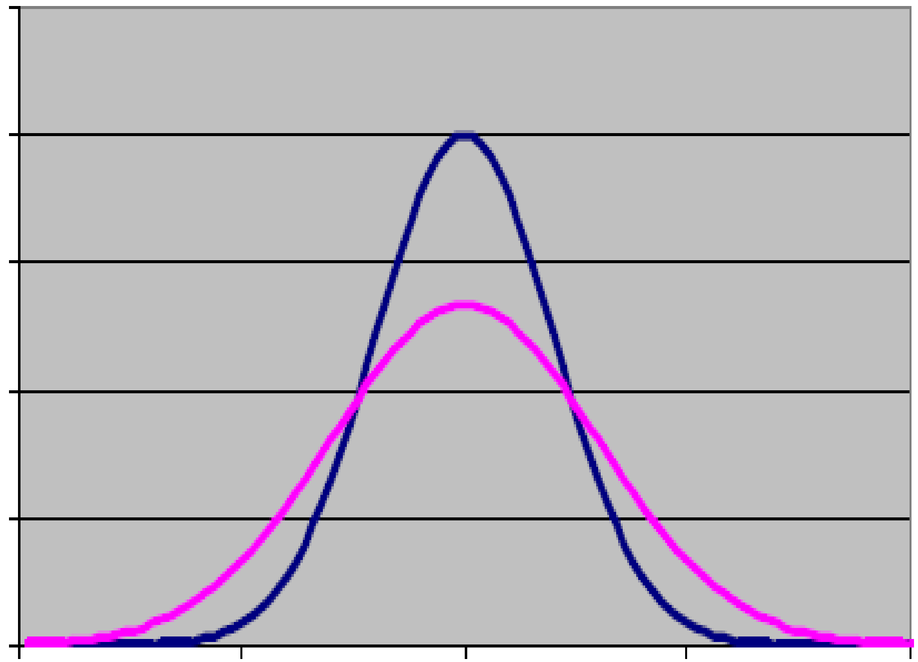
$$\sum_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

le stesse dimensioni della grandezza x con la quale σ deve essere omogeneo.

Distribuzioni di serie numerose di dati



Due serie distinte di misure con strumenti differenti dalla stessa grandezza fisica sono caratterizzate da due distribuzioni che hanno in generale forma differente.
In particolare, anche se sono entrambe simmetriche e con un picco centrato sullo stesso valore, possono avere larghezza differente.



La precisione aumenta al diminuire della dispersione delle misure intorno alla media, ovvero alla larghezza della curva

Incertezze nelle misure indirette e propagazione degli errori

Quando una grandezza fisica G viene determinata indirettamente attraverso la misura dirette di altre grandezze G_i

$$G = f(G_1, G_2, G_3, \ldots)$$

occorre stabilire come le incertezze sulle G_i si riflettono sull'incertezza della grandezza derivata G.

$$\Delta G_i \rightarrow\rightarrow \Delta G?$$

Stima del valore di G

1° step → misura diretta di G_i

2° step → calcolo G attraverso la relazione funzionale che lega G alle G_i

Stima di ΔG

1° step → valutazione delle incertezze ΔG_i delle G_i

2° step → determinazione della propagazione delle ΔG_i su ΔG

Somma di grandezze omogenee

Siano $G_1 = X$ e $G_2 = Y \rightarrow G = f(X, Y) = X+Y$

X_m *migliore stima di* X ; ΔX *incertezza associata*
Y_m *migliore stima di* Y ; ΔY *incertezza associata*

Ovvero

$X = X_m \pm \Delta X$ $\qquad$ $Y = Y_m \pm \Delta Y$

La migliore stima di G *è*

$$G_m = X_m + Y_m$$

e ΔG ? $\boxed{\Delta G = (\Delta X + \Delta Y)}$

Differenza di grandezze omogenee

Siano $G_1 = X$ e $G_2 = Y \rightarrow G = f(X, Y) = X\text{-}Y$

X_m *migliore stima di* X ; ΔX *incertezza associata*
Y_m *migliore stima di* Y ; ΔY *incertezza associata*

Ovvero

$$X = X_m \pm \Delta X \qquad\qquad Y = Y_m \pm \Delta Y$$

La migliore stima di G *è*

$$G_m = X_m - Y_m$$

e ΔG ? $\boxed{\Delta G = (\Delta X + \Delta Y)}$

Regola generale

Sia $\quad G = f(X, Y, Z, \ldots U, V, W, \ldots) = X+Y+Z-U-V-W\ldots..$

con $\quad \Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta U, \Delta V, \Delta W, \ldots.$ *incertezze associate*

La migliore stima di G è

$$G_m = X_m + Y_m + Z_m - U_m - V_m - W_m \ldots..$$

e

$$\Delta G = \Delta X + \Delta Y + \Delta Z + \Delta U + \Delta V + \Delta W \ \ldots.$$

Propagazione delle incertezze nei prodotti

Siano $G_1 = X$ e $G_2 = Y \rightarrow G = f(X, Y) = X \cdot Y$ *(assumiamo per il momento X e Y >0)*

X_m	*migliore stima di X ;*	ΔX	*incertezza associata*
Y_m	*migliore stima di Y ;*	ΔY	*incertezza associata*

Ovvero

$$X = X_m \pm \Delta X \qquad\qquad Y = Y_m \pm \Delta Y$$

La migliore stima di G *è*

$$G_m = X_m \cdot Y_m$$

e ΔG ?

Propagazione delle incertezze nei quozienti

Siano $G_1 = X$ e $G_2 = Y \rightarrow G = f(X, Y) = X/Y$ *(assumiamo per il momento X e Y >0)*

X_m	*migliore stima di X ;*	ΔX	*incertezza associata*
Y_m	*migliore stima di Y ;*	ΔY	*incertezza associata*

Ovvero

$$X = X_m \pm \Delta X \qquad\qquad Y = Y_m \pm \Delta Y$$

La migliore stima di G *è*

$$G_m = X_m / Y_m$$

e ΔG ?

$$\frac{\Delta G}{G_m} = \frac{\Delta X}{X_m} + \frac{\Delta Y}{Y_m} \qquad \varepsilon_r(G) = \varepsilon_r(X) + \varepsilon_r(Y)$$

Se X e/o Y sono < 0

$$\frac{\Delta G}{|G_m|} = \frac{\Delta X}{|X_m|} + \frac{\Delta Y}{|Y_m|}$$

Regola generale

Sia $G = f(X, Y, Z, \ldots U, V, W, \ldots) \quad = \dfrac{X \cdot Y \cdot Z \cdot \ldots}{U \cdot V \cdot W \cdot \ldots}$

con $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta U, \Delta V, \Delta W, \ldots.$ *incertezze associate*

La migliore stima di G è data da

$$G_m = \frac{X_m \cdot Y_m \cdot Z_m \cdot \ldots}{U_m \cdot V_m \cdot W_m \cdot \ldots}$$

e

$$\frac{\Delta G}{|G_m|} = \frac{\Delta X}{|X_m|} + \frac{\Delta Y}{|Y_m|} + \frac{\Delta Z}{|Z_m|} + \frac{\Delta U}{|U_m|} + \frac{\Delta V}{|V_m|} + \frac{\Delta W}{|W_m|} + \ldots\ldots$$

OSSERVAZIONE:

$$G = G_m \pm \Delta G$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta G = \left(\frac{\Delta X}{|X_m|} + \frac{\Delta Y}{|Y_m|} + \frac{\Delta Z}{|Z_m|} + \frac{\Delta U}{|U_m|} + \frac{\Delta V}{|V_m|} + \frac{\Delta W}{|W_m|} + \ldots\ldots \right) \cdot G_m$$

Laboratorio e misure

Maria Luisa De Giorgi marialuisa.degiorgi@unisalento.it
Andrea Ventura andrea.ventura@unisalento.it

3 settembre 2024