

Esperienze di ottica - Laboratorio V

Corso di Laurea in Fisica a.a. 2010/11

Polarizzazione della luce

Studio delle proprietà di polarizzazione della radiazione luminosa mediante l'osservazione di diversi meccanismi:

- i) riflessione all'angolo di Brewster e determinazione dell'indice di rifrazione di una lastra di plexiglass;
- ii) verifica della legge di Malus;
- iii) birifrangenza ottica e comportamento delle lamine ritardatrici $\lambda/4$ e $\lambda/2$.

Strumentazione a disposizione

Laser He-Ne ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$)

Sistema per la determinazione dell'indice di rifrazione di una lamina di plexiglass mediante la misura dell'angolo di Brewster

Polarizzatori

Lamine birifrangenti ritardatrici $\lambda/4$ e $\lambda/2$

Fotodiodi al Si

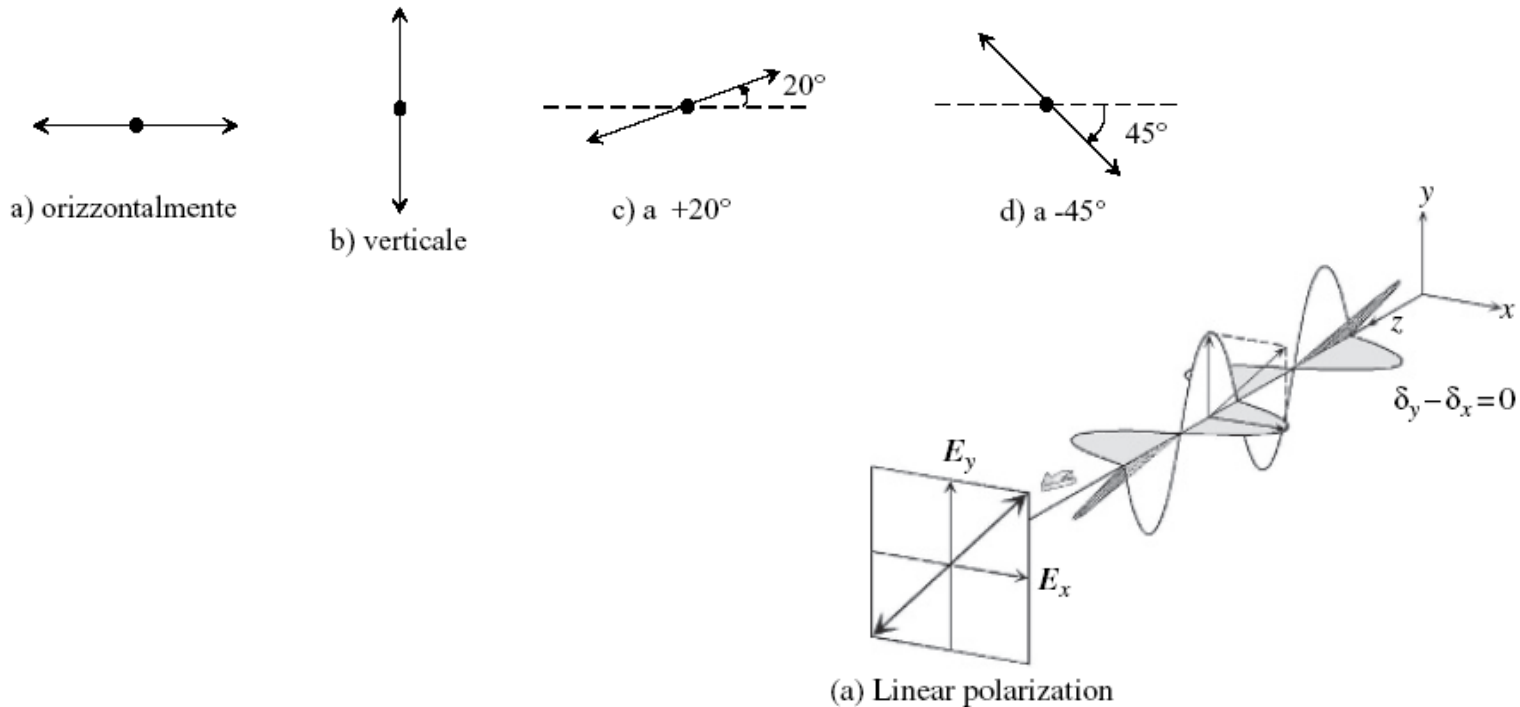
Oscilloscopi

Filtri neutri di attenuazione

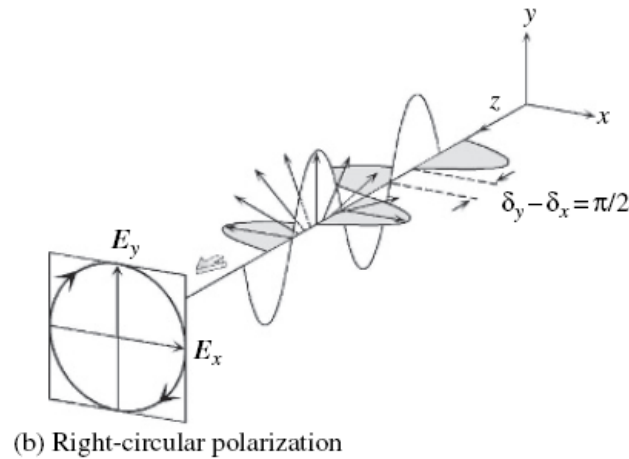
Un'onda si dice "*polarizzata*", quando la vibrazione del vettore campo elettrico E associato alla radiazione presenta qualche preferenza circa la direzione. La polarizzazione di un'onda è infatti convenzionalmente definita dalla direzione del campo elettrico.

Gli stati di polarizzazione sono:

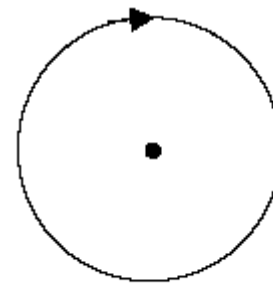
lineare: la direzione del vettore E è costante nel tempo. L'estremo del vettore E , in un dato punto, descrive nel tempo un segmento.



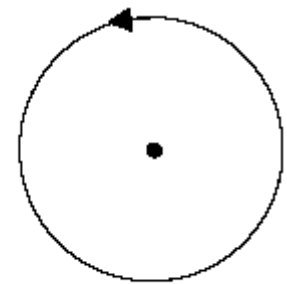
circolare: l'estremo del vettore E , in un dato punto, descrive nel tempo una circonferenza.



Si distingue tra polarizzazione circolare destrorsa o sinistrorsa a seconda che l'estremo del vettore E , visto da un osservatore verso cui si propaga l'onda, descriva nel tempo una circonferenza in senso orario o antiorario

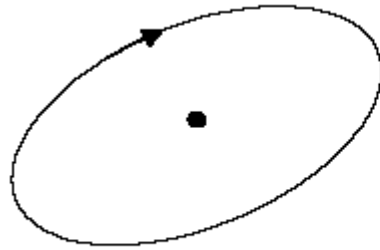


a) destrorsa

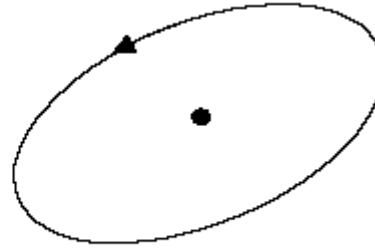


a) sinistrorsa

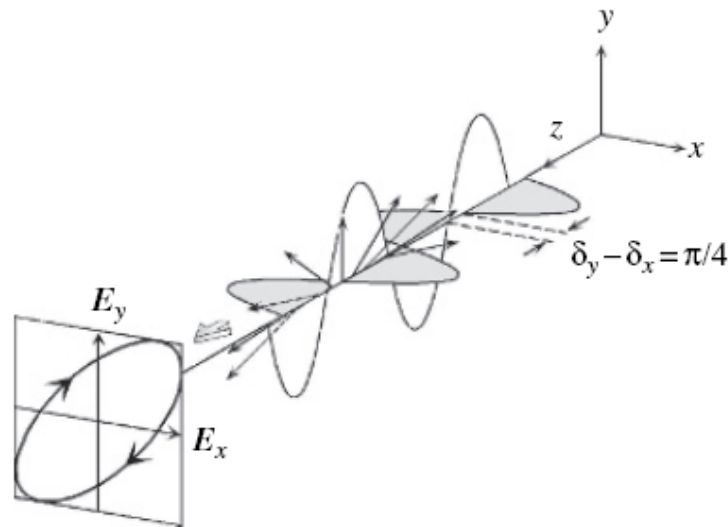
ellittica, quando l'estremo del vettore $\mathbf{E}$, in un dato punto, descrive nel tempo una ellisse; anche in questo caso si distingue tra polarizzazione ellittica destrorsa o sinistrorsa



a) destrorsa

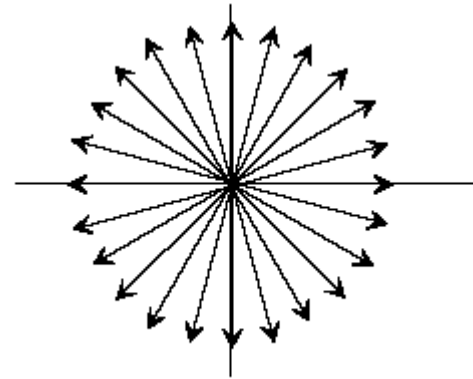


b) sinistrorsa



(c) Elliptical polarization

Nel caso di luce *non polarizzata* l'estremo del vettore E , in un dato punto, vibra nel tempo in tutte le direzioni mantenendosi perpendicolare alla direzione di propagazione



Indicando con (x,y) le coordinate dell'estremità del campo elettrico nel piano ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda, il luogo descritto da (x,y) nel tempo definisce lo stato di polarizzazione.

$$\vec{E} = E_x \cos(\omega t + \alpha) \hat{x} + E_y \cos(\omega t + \beta) \hat{y}$$

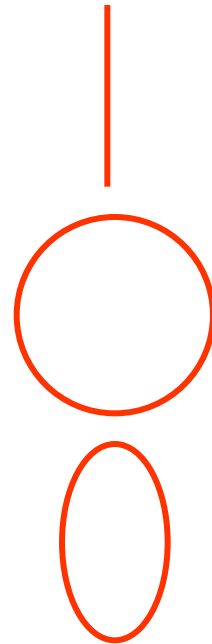
$$x = E_x \cos(\omega t + \alpha)$$

$$y = E_y \cos(\omega t + \beta)$$

$$\alpha = \beta + n\pi \Rightarrow y = \frac{E_y}{E_x} x$$

$$\alpha = \beta + \frac{\pi}{2} \quad \text{e} \quad E_x = E_y = E \Rightarrow x^2 + y^2 = E^2$$

$$\alpha \neq \beta + \frac{\pi}{2} \quad \text{e/o} \quad E_x \neq E_y \Rightarrow Ax^2 + By^2 + Cxy = D$$



In generale il vettore $\mathbf{E}$, che rappresenta l'onda in un dato punto dello spazio, si può scomporre secondo due direzioni tra loro ortogonali e ortogonali alla direzione di propagazione.

Ne segue che un'onda polarizzata nello stato di polarizzazione più generale ellittico, lo si può pensare come la *sovrapposizione coerente, cioè con una relazione di fase fissa, di due onde, della stessa frequenza, polarizzate linearmente secondo due direzioni tra loro ortogonali.*

In genere per studiare lo stato di polarizzazione nei fenomeni di riflessione e/o trasmissione si scompone il campo elettrico nelle componenti parallela e perpendicolare al piano di incidenza:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{\perp} \\ E_y &= E_{\parallel} \end{aligned}$$

Parametri che caratterizzano uno stato di polarizzazione:

ellitticità che è il rapporto b/a tra i due semiassi

Si usa anche

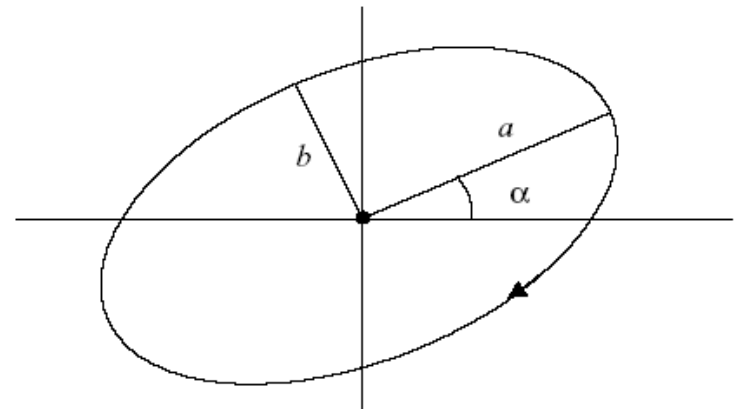
$$\beta = \arctan \frac{b}{a}, \beta \leq 45^\circ$$

l'angolo α formato tra il semiasse maggiore e l'asse x ; $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

elicità che specifica il verso di rotazione dell'estremo del vettore E
(destrorsa o sinistrorsa)

Per la polarizzazione lineare *l'ellitticità = 0*

Per la polarizzazione circolare *l'ellitticità = 1*



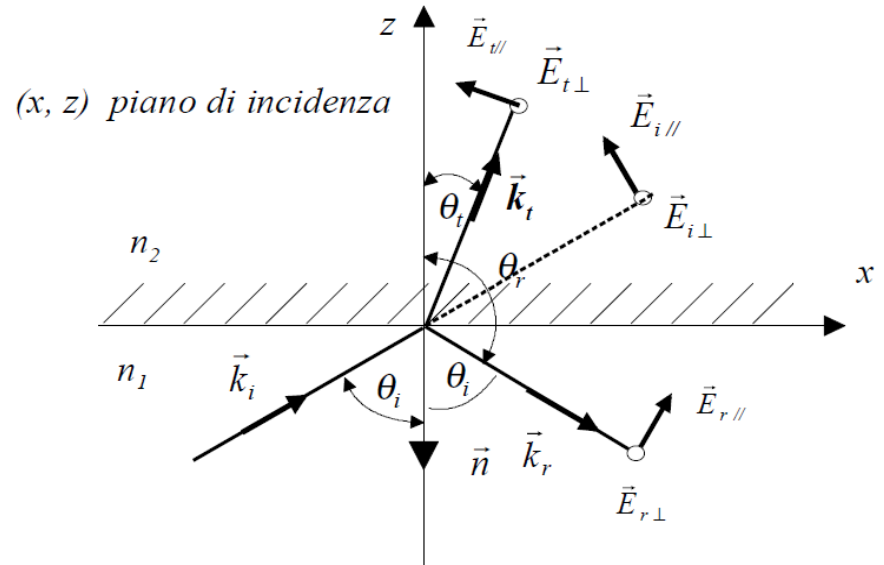
Metodi di polarizzazione della luce

- Polarizzazione per **riflessione**: la luce riflessa da un piano dielettrico risulta parzialmente polarizzata.
- Polarizzazione per **rifrazione**: esistono dei cristalli, detti birifrangenti, che presentano indice di rifrazione diverso a seconda dello stato di polarizzazione
- Polarizzazione per **dicroismo**: esistono materiali in grado di polarizzare la luce che li attraversa. Su questo principio si basano i filtri polaroid.

Polarizzazione per riflessione

Un'onda incidente su una superficie di separazione fra due mezzi con indice di rifrazione diverso è generalmente in parte riflessa e in parte rifratta.

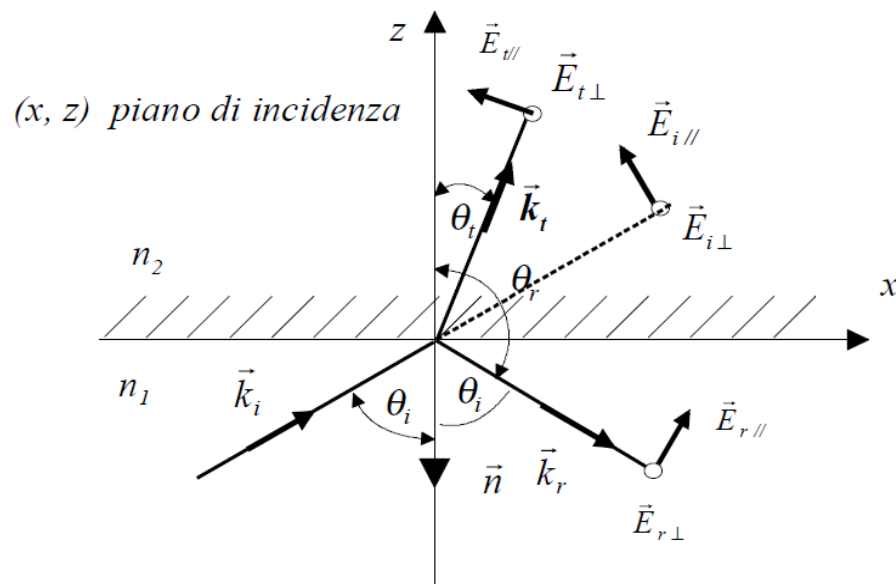
Consideriamo la riflessione e rifrazione di un'onda piana, polarizzata linearmente e monocromatica di vettore d'onda $\vec{k}_i$, che incide sulla superficie di separazione di due mezzi isotropi, non conduttori, di indice di rifrazione rispettivamente n_1 e n_2 secondo un angolo θ_i .



Se l'onda incidente è piana, polarizzata linearmente e monocromatica, anche l'onda riflessa e l'onda rifratta sono onde piane polarizzate linearmente della stessa frequenza e fase costante rispetto alla fase dell'onda incidente.

Relazioni fra le componenti incidenti,
riflesse e rifratte del campo
elettrico:

COEFFICIENTI DI FRESNEL



$$r_{\parallel} = \frac{E_{r\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}$$

$$t_{\parallel} = \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}$$

$$r_{\perp} = \frac{E_{r\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

$$t_{\perp} = \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

Sfruttando la legge della rifrazione (di Snell)

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$r_{\parallel} = \frac{E_{r\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_{\parallel} = \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$$

$$r_{\perp\perp} = \frac{E_{r\perp\perp}}{E_{i\perp\perp}} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_{\perp\perp} = \frac{E_{t\perp\perp}}{E_{i\perp\perp}} = \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

Si può verificare che mentre $r_{\perp}$ non si annulla mai, quando

$$\theta_i + \theta_r = \pi/2 \rightarrow r_{\parallel} = 0$$

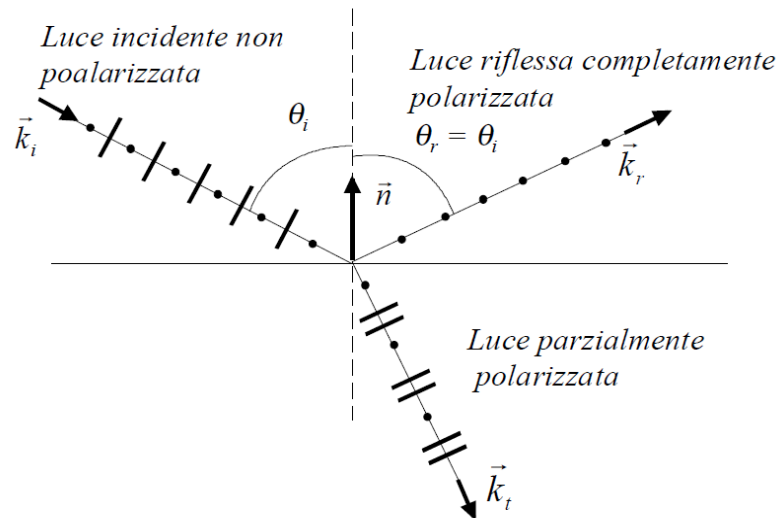
cioè l'onda riflessa non ha più componente nel piano di incidenza.

Ciò avviene quando l'onda incide secondo un angolo particolare detto **angolo di Brewster**

All'angolo di Brewster, che dipende da n_1 e n_2 , la componente parallela è totalmente rifratta, e il raggio riflesso è polarizzato perpendicolarmente.

$$\theta_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$$

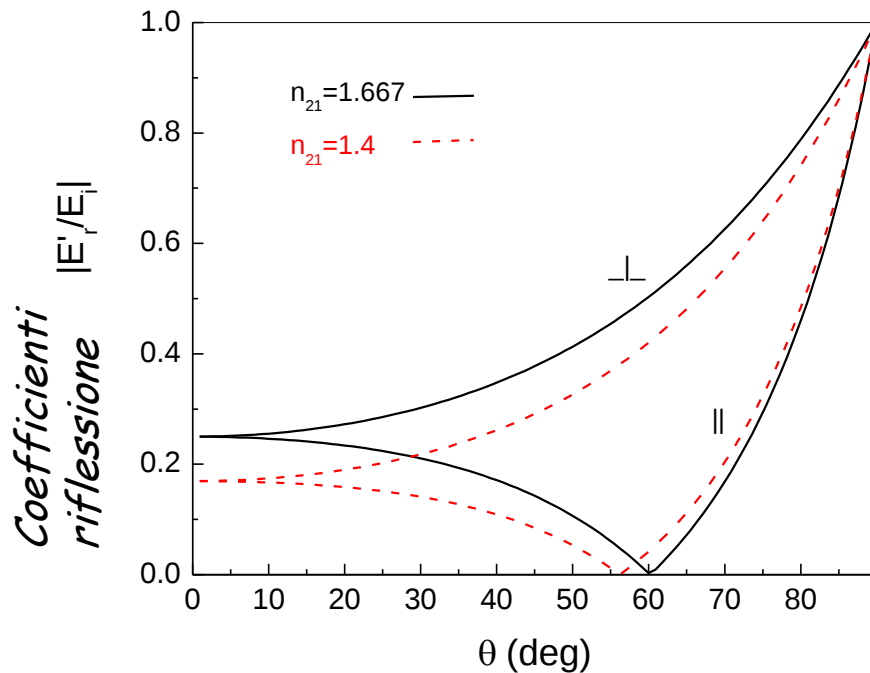
Il fenomeno prende
nome di **rifrazione
totale**.



θ_i = Angolo di Brewster

Ne consegue che quando la luce viene riflessa secondo l'angolo di Brewster, la componente parallela viene eliminata mentre quella perpendicolare persiste; cioè **la riflessione agisce come un filtro per la polarizzazione.**

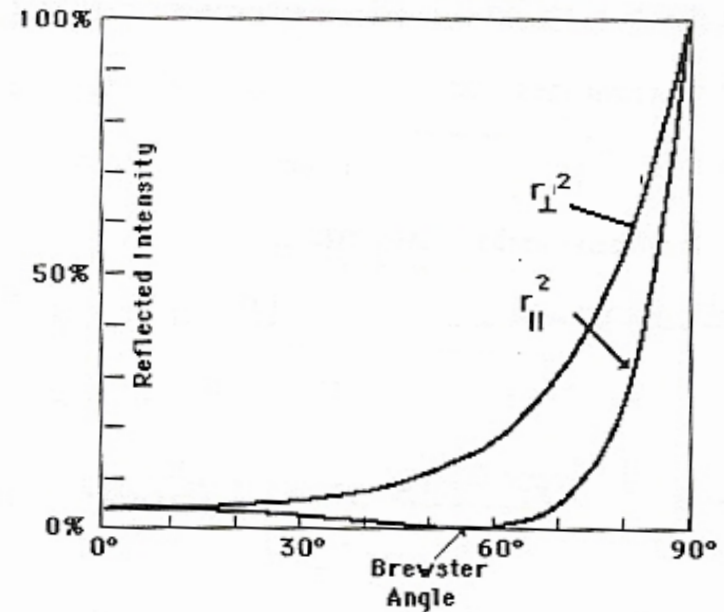
I coefficienti $t_{\parallel}$ e $t_{\perp}$ invece non si annullano mai e pertanto l'onda rifratta non è mai completamente polarizzata.



Coefficienti di riflessione in funzione dell'angolo di incidenza, per due valori dell'indice di rifrazione relativo

$$r_{\parallel} = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|_{\parallel} = \left| \frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)} \right|$$

$$r_{\perp} = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|_{\perp} = \left| -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right|$$



Riflettanza in funzione dell'angolo di incidenza

$$r_{\parallel}^2 = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|_{\parallel}^2 = \left| \frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)} \right|^2$$

$$r_{\perp}^2 = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|_{\perp}^2 = \left| -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right|^2$$

Polarizzazione per rifrazione ed anisotropia

In natura esistono materiali, definiti *materiali anisotropi*, che non hanno le stesse caratteristiche in tutte le direzioni. Esiste anche un'*anisotropia ottica* ed è caratterizzata dal fatto che un mezzo trasparente si comporta in maniera differente a seconda sia della direzione di propagazione, sia dalla direzione di polarizzazione della luce incidente.

Questo è dovuto al fatto che la polarizzabilità delle molecole nella maggior parte dei casi non è uguale in tutte le direzioni.

Nei gas e nei liquidi, le molecole sono orientate in maniera casuale e la dipendenza della polarizzabilità dalla direzione non dà luogo ad alcun effetto particolare. Dal punto di vista macroscopico si comportano come sostanze isotrope.

In un solido cristallino le molecole sono orientate e la loro orientazione è "congelata" così le proprietà del cristallo dipendono dalla direzione lungo la quale vengono misurate (cristalli anisotropi).

Se la polarizzabilità del mezzo non è la stessa in tutte le direzioni, ciò significa che in generale la polarizzazione $\mathbf{P}$ non ha la stessa direzione del campo elettrico $\mathbf{E}$ ed anche il vettore spostamento $\mathbf{D}$ non è parallelo ad $\mathbf{E}$.

Nei mezzi isotropi, invece, $\mathbf{E}$ e $\mathbf{D}$ risultano paralleli e legati dalla relazione $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$

Tuttavia è possibile fissare un sistema di riferimento cartesiano che individua tre direzioni particolari, che vengono chiamate **assi principali** del cristallo e a cui corrispondono tre costanti dielettriche dette, **costanti dielettriche principali**: se nel mezzo $\mathbf{E}$ vibra secondo una di queste direzioni allora $\mathbf{D}$ risulta ancora parallelo ad $\mathbf{E}$.

$$D_x = \varepsilon_1 E_x \qquad D_y = \varepsilon_2 E_y \qquad D_z = \varepsilon_3 E_z$$

Ai tre assi corrispondono di conseguenza tre **indici di rifrazione principali**

$$n_1 = \sqrt{\varepsilon_1} \qquad n_2 = \sqrt{\varepsilon_2} \qquad n_3 = \sqrt{\varepsilon_3}$$

Birifrangenza

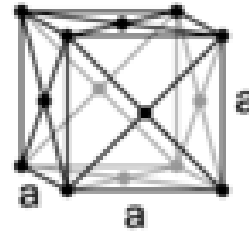
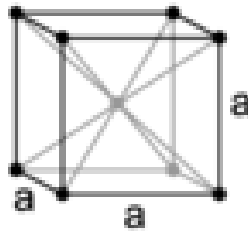
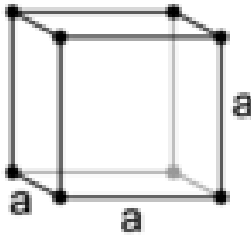
Dalla teoria della *propagazione di un'onda in un mezzo anisotropo* si dimostra che ad ogni direzione di propagazione di un'onda elettromagnetica piana corrispondono due possibili stati di polarizzazione tra loro ortogonali che si propagano con differente velocità.

Questo porta a quello che è chiamato fenomeno della "**birifrangenza**" o della doppia rifrazione.

Così, indipendentemente dallo stato iniziale di polarizzazione, quando un'onda penetra in una sostanza anisotropa si suddivide in due onde polarizzate ad angolo retto che si propagano con velocità di fase differente.

I cristalli trasparenti, per quanto riguarda le proprietà ottiche, possono essere suddivisi in tre gruppi:

1. cristalli del *sistema cubico* e sono i cristalli **isotropi** ($n_1 = n_2 = n_3$)

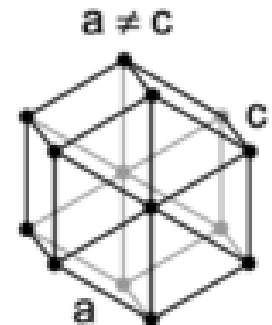
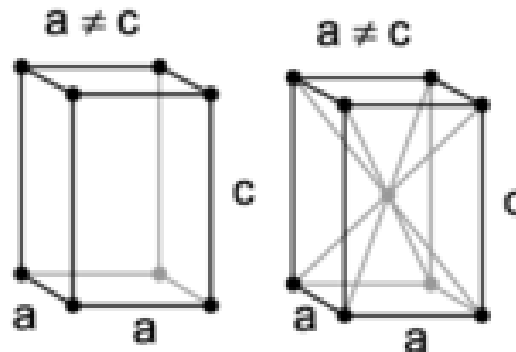
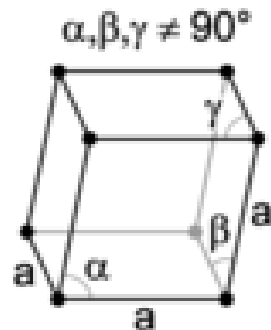


2.cristalli che crescono nei sistemi *romboedrico*, *tetragonale* ed *esagonale*.

In tali cristallo esiste una direzione privilegiata attorno alla quale gli atomo si dispongono simmetricamente; questa direzione individua quello che viene definito "*asse ottico*" e i cristalli *birifrangenti* sono detti *uniassici*. La luce che si propaga nella direzione dell'asse ottico non subisce birifrangenza.

In questo caso $n_1 \neq n_2 = n_3$ e l'indice n_1 corrisponde all'asse ottico

$n_2 < n_1$ cristallo positivo
 $n_2 > n_1$ cristallo negativo



Poiché in un mezzo anisotropo, a ciascuna direzione di propagazione, corrispondono due stati di polarizzazione ortogonali che si propagano con velocità differenti, quando un'onda penetra in una sostanza anisotropa si suddivide in due onde:

onda ordinaria: polarizzata linearmente lungo la direzione perpendicolare al piano determinato dalla direzione di propagazione e dall'asse ottico. Si propaga in tutte le direzioni con la stessa velocità $v_o = c/n_2$. Si comporta come un'onda in un mezzo isotropo, per questo è detta ordinaria.

onda straordinaria: polarizzata linearmente nel piano determinato dalla direzione di propagazione e dall'asse ottico. La sua velocità dipende dalla direzione di propagazione e varia fra $v_1 = c/n_1$ e $v_2 = c/n_2$

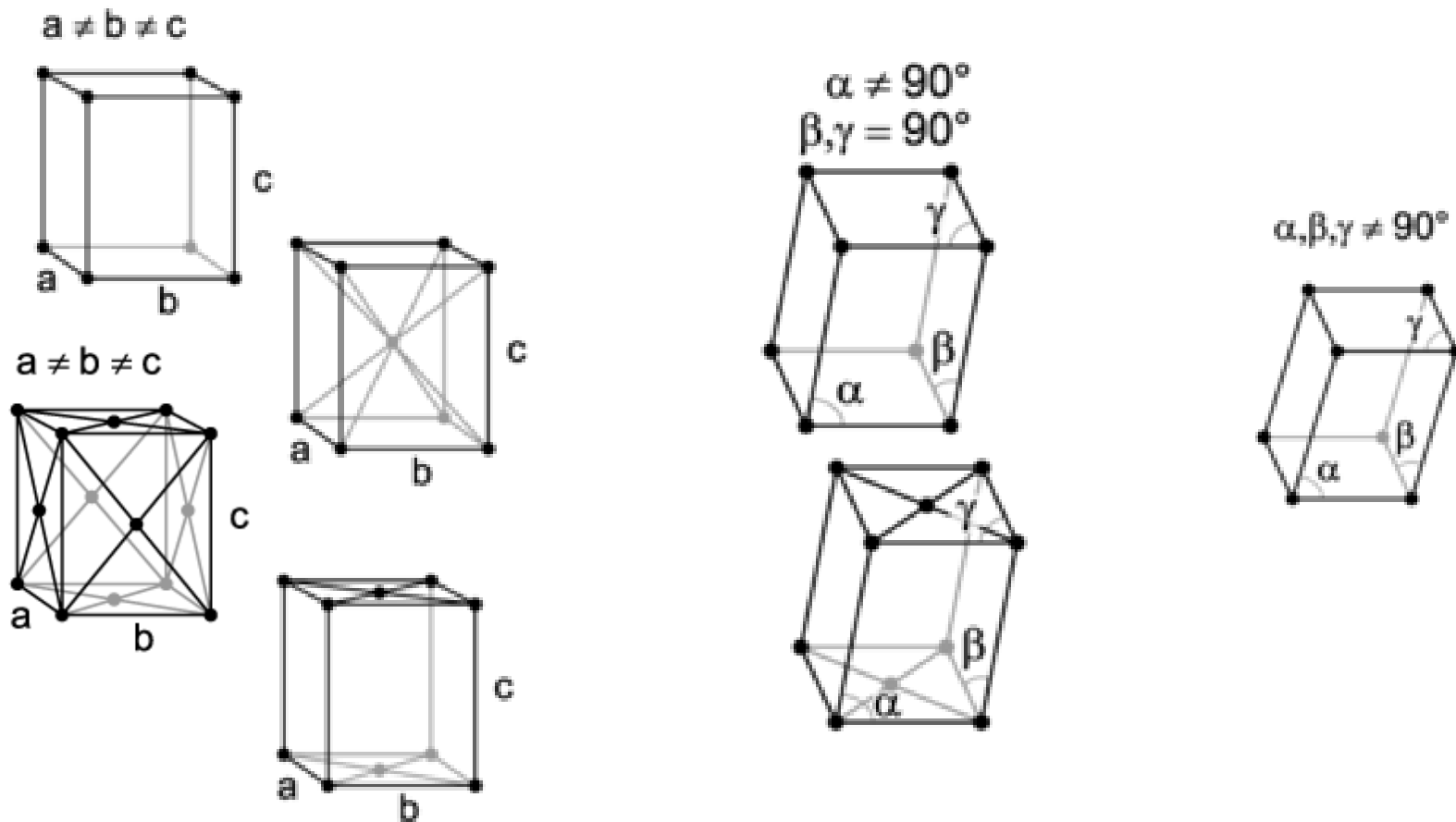
Quando le onde si propagano lungo l'asse ottico sono caratterizzate dalla stessa velocità.

I cristalli uniassici sono i più interessanti dal punto di vista applicativo

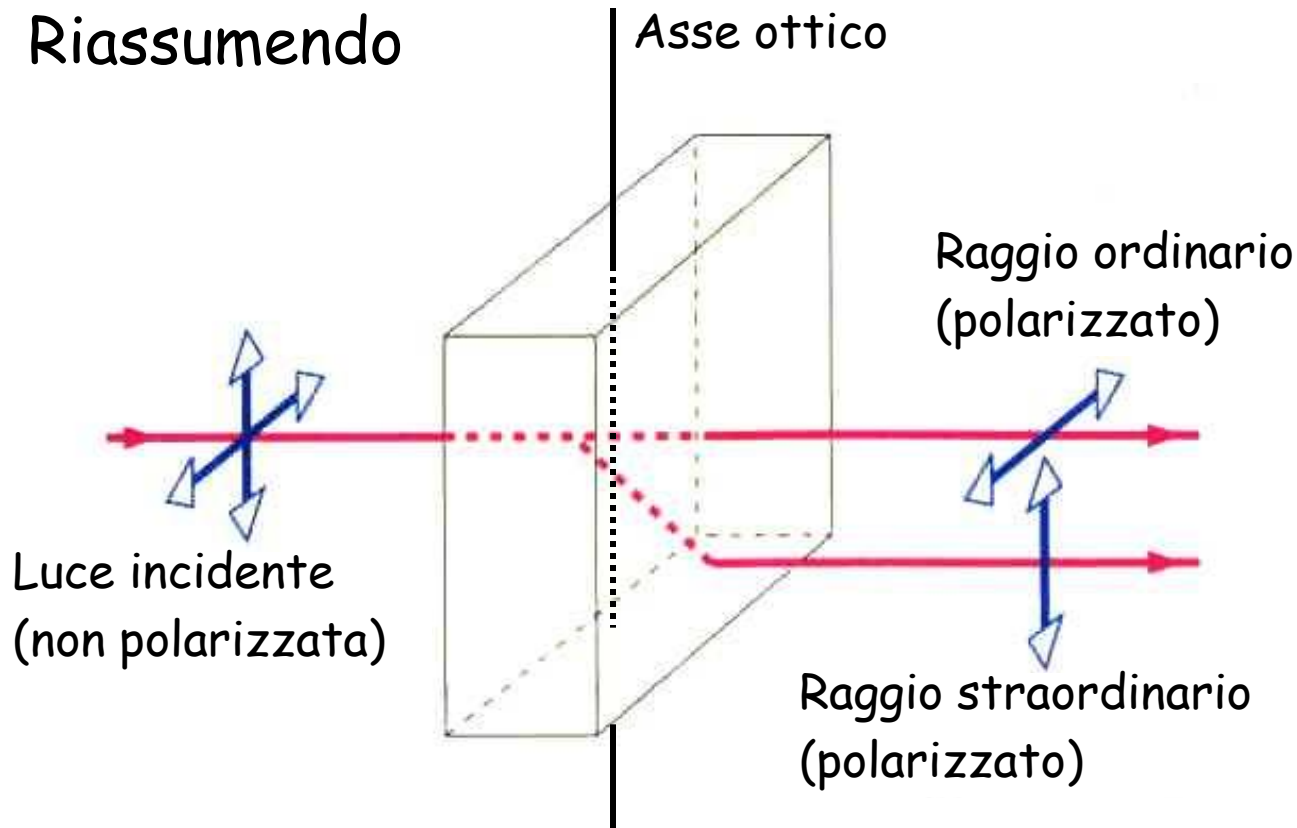
3. cristalli del *sistema ortorombico, monoclino e triclino*.

Sono detti *cristalli birifrangenti biassici*. Questi cristalli presentano "*due assi ottici*" e una propagazione assai complessa.

In questo caso $n_1 \neq n_2 \neq n_3$ ed esistono due direzioni lungo le quali onda straordinaria ed ordinaria si propagano con la stessa velocità



Riassumendo



In un cristallo birifrangente viaggiano due raggi:

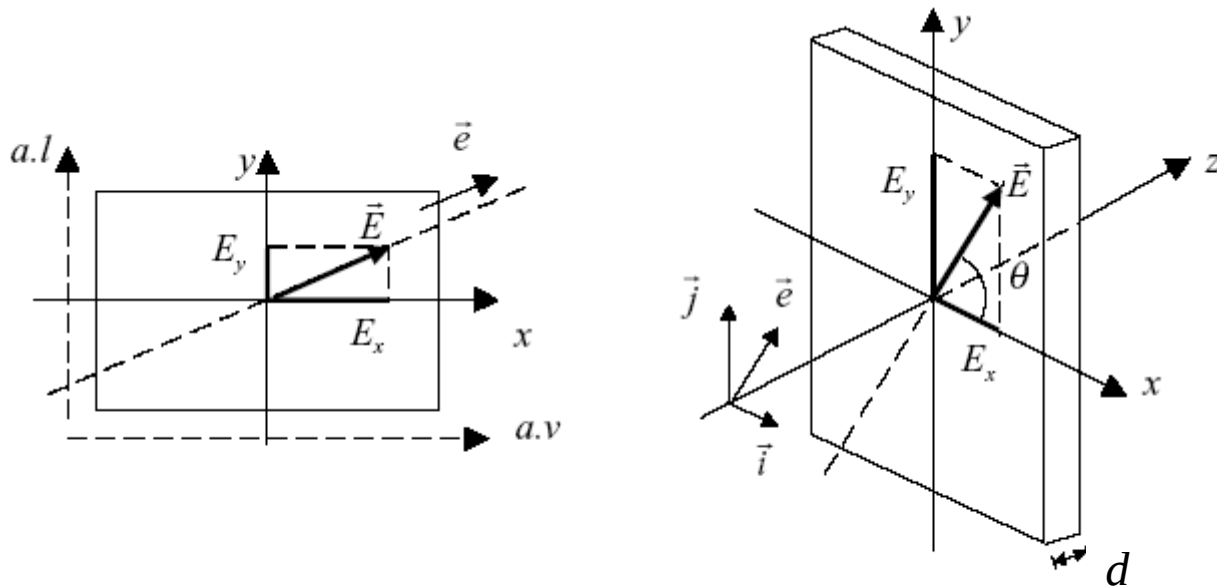
- il raggio *ordinario* che segue la legge di Snell ed è sempre polarizzato nella direzione perpendicolare al piano che contiene il raggio incidente e l'*asse ottico*
- il raggio *straordinario* che non segue la legge di Snell, è polarizzato in direzione perpendicolare al raggio ordinario ed ha indice di rifrazione variabile a seconda della direzione

Consideriamo un'onda polarizzata linearmente incidente su una lamina sottile di un materiale monoassico tagliata con le facce parallele all'asse ottico.

Nel cristallo le onde ordinaria e straordinaria si propagano con velocità diverse (non si ha rifrazione in quanto l'onda incide sulla superficie della lamina perpendicolarmente) ed emergono con una differenza di fase

$$\delta = (k_1 - k_2)d = \frac{2\pi(n_1 - n_2)d}{\lambda}$$

Le due onde si ricompongono in un'unica onda generalmente non più polarizzata linearmente, ma ellitticamente.



Lamine di ritardo

$$\text{Se} \quad \delta = (2m+1)\frac{\pi}{2} \quad m = 0,1,2,\dots$$

l'onda inizialmente polarizzata linearmente si trasforma in un'onda polarizzata ellitticamente o, nel caso particolare in cui l'angolo, θ , fra direzione di polarizzazione e asse ottico della lamina è $\pi/4$, circolarmente.

Lamine di questo tipo sono dette **lamine a quarto d'onda**, in quanto il loro spessore è proporzionale a $\lambda/4$

$$\text{Se} \quad \delta = (2m+1)\pi \quad m = 0,1,2,\dots$$

l'onda inizialmente polarizzata linearmente emerge ancora come onda polarizzata linearmente ma ruotata di un angolo 2θ .

Lamine di questo tipo sono dette **lamine a mezz'onda**, in quanto il loro spessore è proporzionale a $\lambda/2$

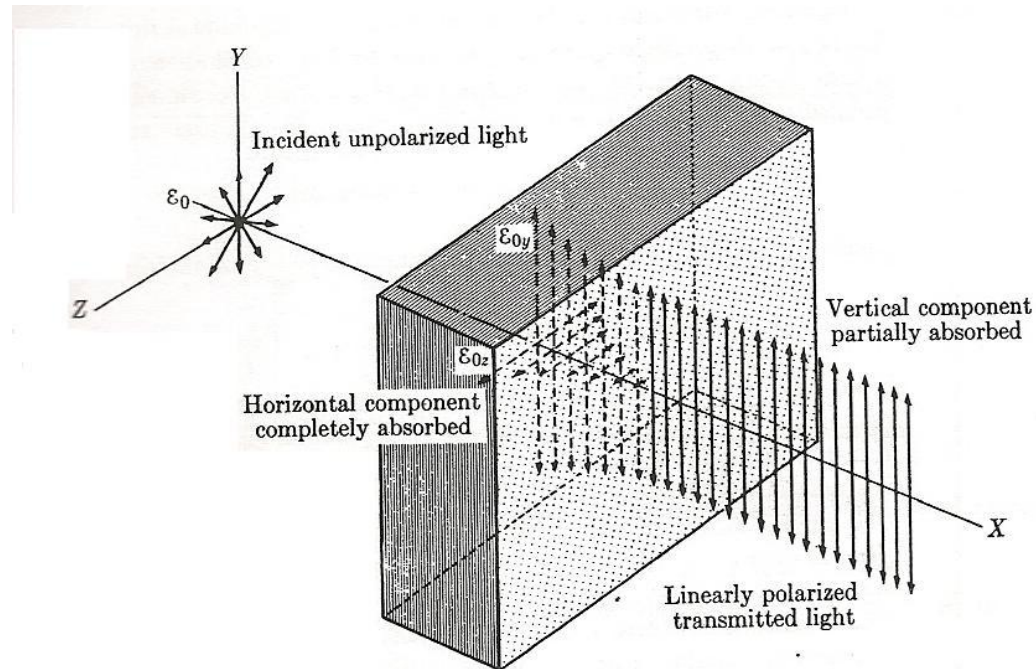
La situazione si ripete anche in direzione opposta: se una luce polarizzata ellitticamente attraversa una lamina a quarto d'onda, diventa polarizzata in un piano

Polarizzazione per dicroismo

Alcune sostanze assorbono le onde straordinaria e ordinaria in proporzioni molto differenti.

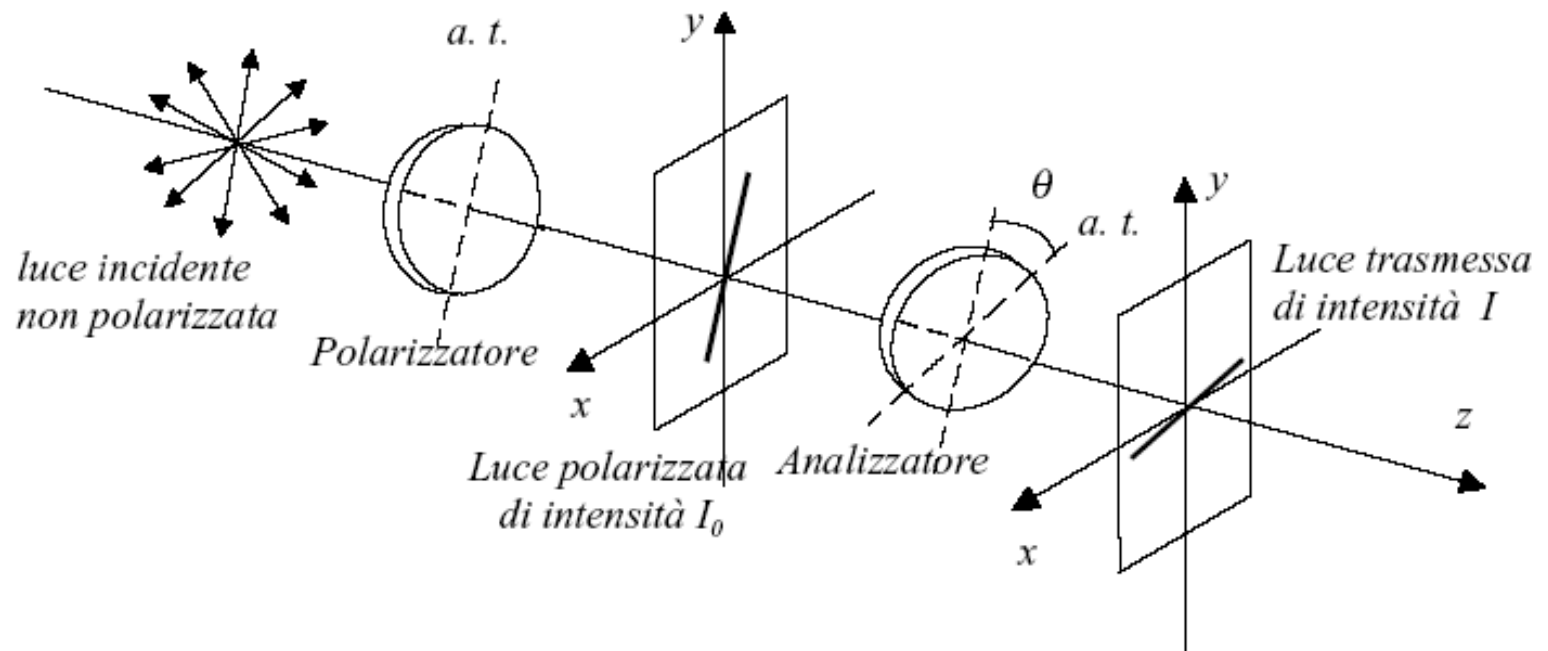
L'onda che si propaga in un materiale sufficientemente spesso viene gradualmente polarizzata.

Questo fenomeno, detto **dicroismo**, è alla base del principio di funzionamento dei **polarizzatori**, dispositivi ottici che polarizzano la radiazione per **assorbimento selettivo**

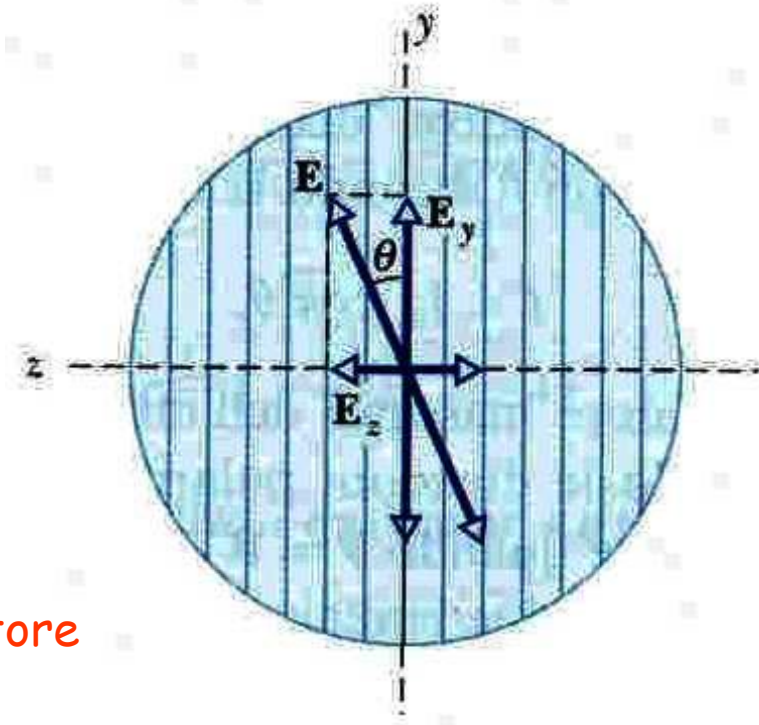


La legge di Malus

$$I = I_0 \cos^2 \vartheta$$



Attraversando l'analizzatore, il campo E_0 (polarizzato nella direzione dell'asse di polarizzazione del primo polarizzatore) viene scomposto nella componente E_y parallela all'asse di polarizzazione direzione dell'analizzatore nella componente E_z perpendicolare alla direzione dell'asse: solo la componente $E_y = E_0 \cos \theta$ passa, la componente E_z viene assorbita.



l'intensità del campo che attraversa l'analizzatore vale quindi:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

θ rappresenta l'angolo compreso fra i due assi di polarizzazione

L'intensità della luce trasmessa dall'analizzatore è minima per $\theta = \pi/2$ e i due polarizzatori si dicono *incrociati*. Per polarizzatori ideali $I_{min} = 0$

Verifica della legge di Malus

1. Allineare il fascio laser, polarizzatori, fotodiodo,...
2. Cercare la posizione di polarizzatore ed analizzatore in modo gli assi ottici siano paralleli.
3. Misurare l'intensità del fascio laser per vari angoli tra la direzione di polarizzazione del fascio e direzione dell'asse del polarizzatore.
4. Verificare la legge di Malus

N.B. Attenzione alla saturazione del fotodiodo!!!

Studio delle caratteristiche delle lamine ritardatrici

1. Utilizzando il fascio polarizzato linearmente, verificare che la lamina $\lambda/4$ produce una polarizzazione ellittica del fascio e che per un angolo $\theta = 45^\circ$ tra asse della lamina e direzione di polarizzazione, l'ellisse diventa una circonferenza
2. Utilizzando il fascio laser polarizzato linearmente, verificare che la lamina $\lambda/2$ produce una rotazione della direzione di polarizzazione pari a 2θ

N.B. Attenzione alla saturazione del fotodiodo!!!

Il grado di polarizzazione dell'onda uscente è dato da

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$P = 1$ per onde polarizzate linearmente,
 $P = 0$ per onde polarizzate circolarmente

Determinazione dell'indice di rifrazione di una lastra trasparente mediante l'angolo di Brewster

1. Misurare in funzione dell'angolo di incidenza l'intensità del fascio riflesso per le due direzioni di polarizzazione (parallela e normale al piano di incidenza).
2. Determinare l'angolo di Brewster
3. Ricavare l'indice di rifrazione della lamina di plexiglass

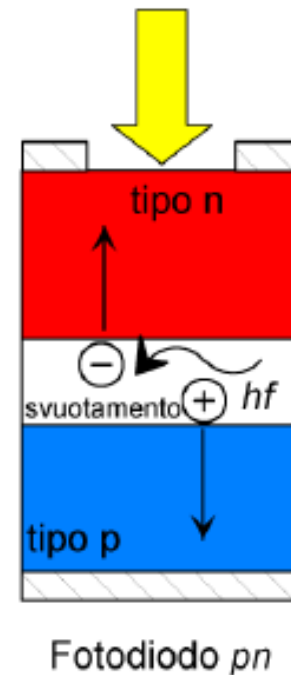
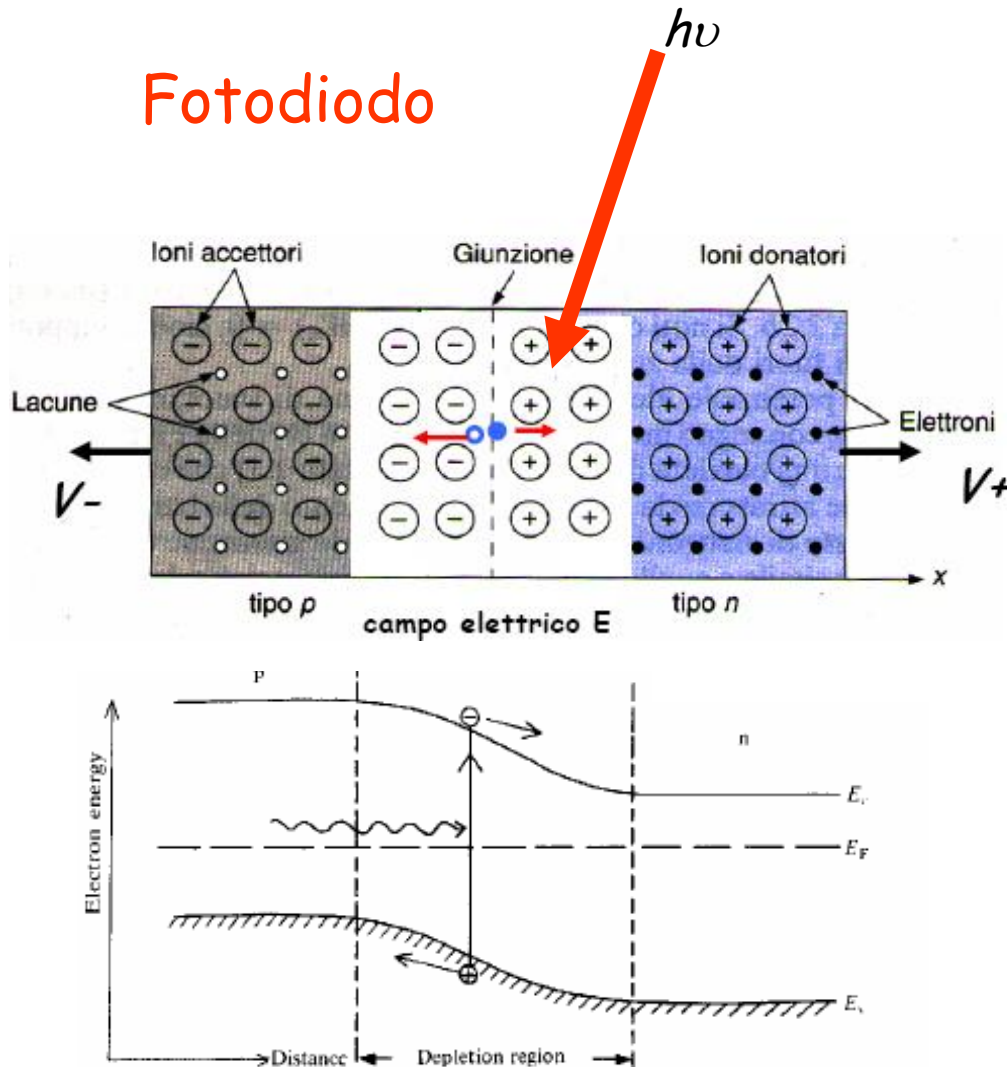
N.B. Attenzione alla saturazione del fotodiodo!!!

.

I fotorivelatori sono dispositivi che convertono un segnale ottico in segnale elettrico basati:

- su un effetto termico (*bolometri,...*)
- sull'effetto fotoelettrico (*fotomoltiplicatori, semiconduttori,...*)

Fotodiodo



*struttura tipica di un
fotodiodo con giunzione p-n*

Caratteristica I/V di un fotodiodo

La corrente I che attraversa il fotodiodo è la somma di due contributi:

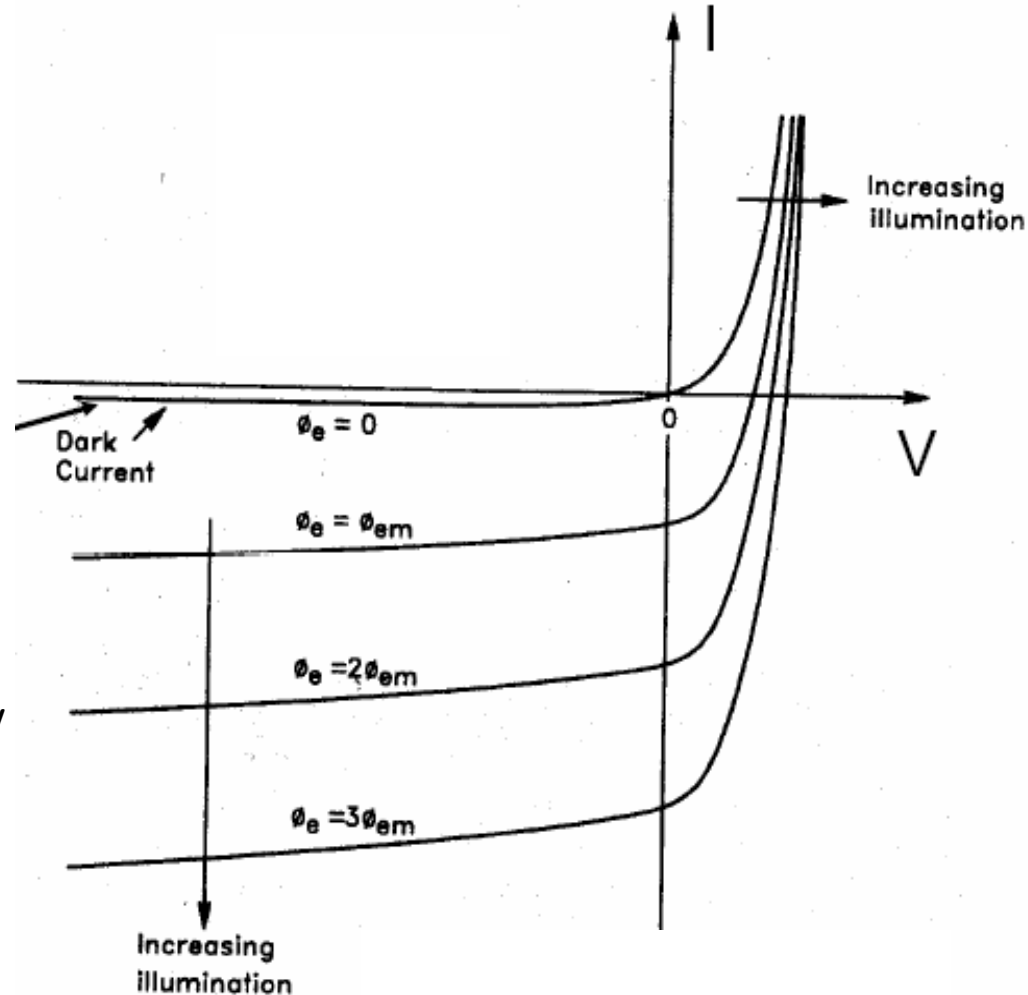
1. la corrente del diodo (giunzione p-n)
2. la corrente fotogenerata dipendente dall'intensità di illuminazione

$$I = I_o \left(e^{V / \eta V_T} - 1 \right) - I_{ph}$$

V_T è l'equivalente in Volt della temperatura

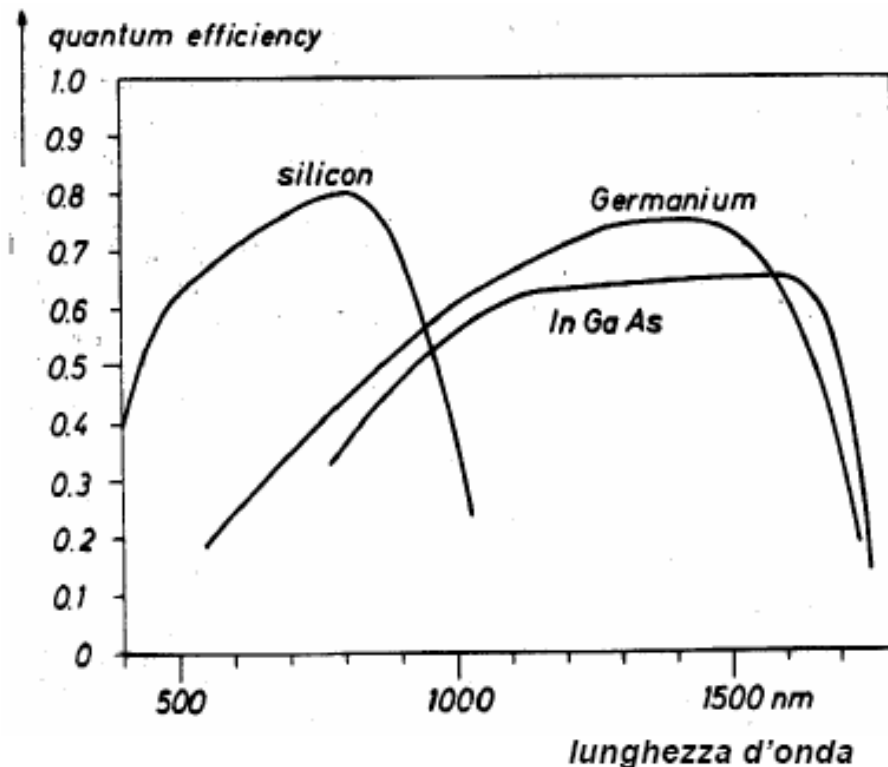
I_o è la corrente inversa di saturazione (corrente di buio)

η è un fattore che dipende dal materiale (es. $\eta=1$ per il Ge e $\eta=2$ per il Si)

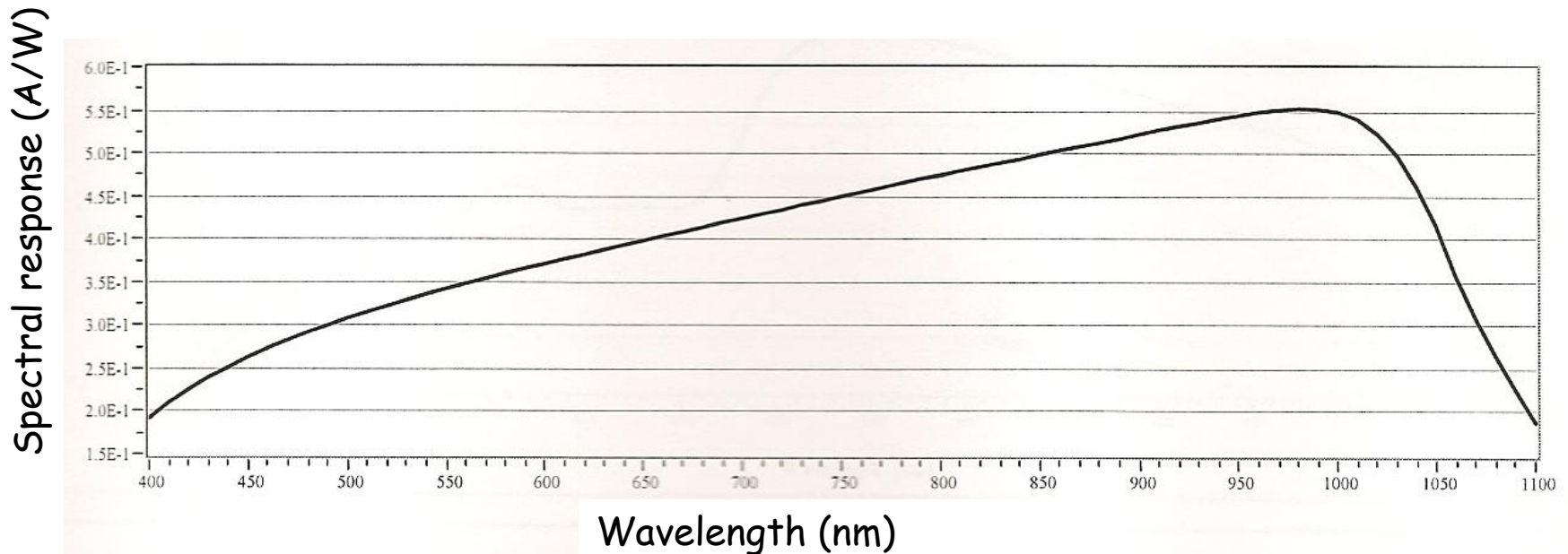


"Efficienza quantica" (η) di un fotodiode

Rapporto fra il numero di coppie elettrone-lacuna generate e utili (nel senso che contribuiscono alla corrente del fotodiode e non si ricombinano) e il numero di fotoni incidenti



Risposta spettrale di un fotodiodo

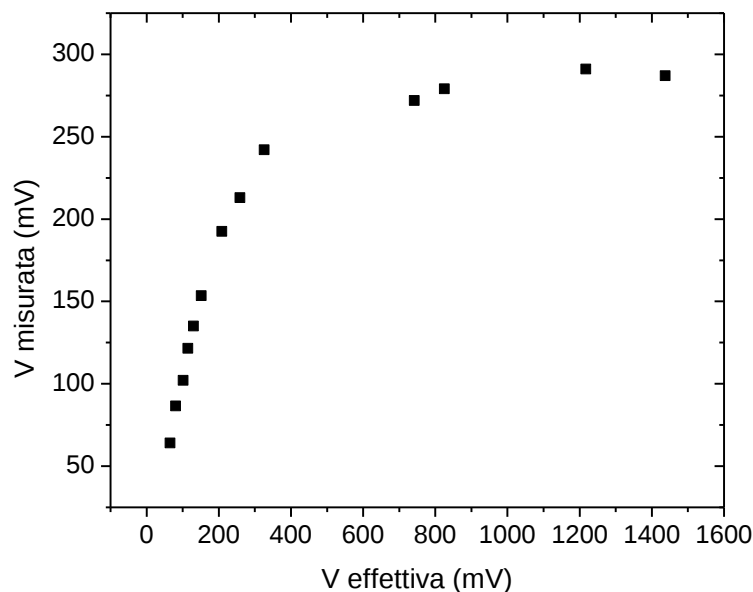


La risposta spettrale di un fotodiodo dipende dalla lunghezza d'onda della luce incidente.

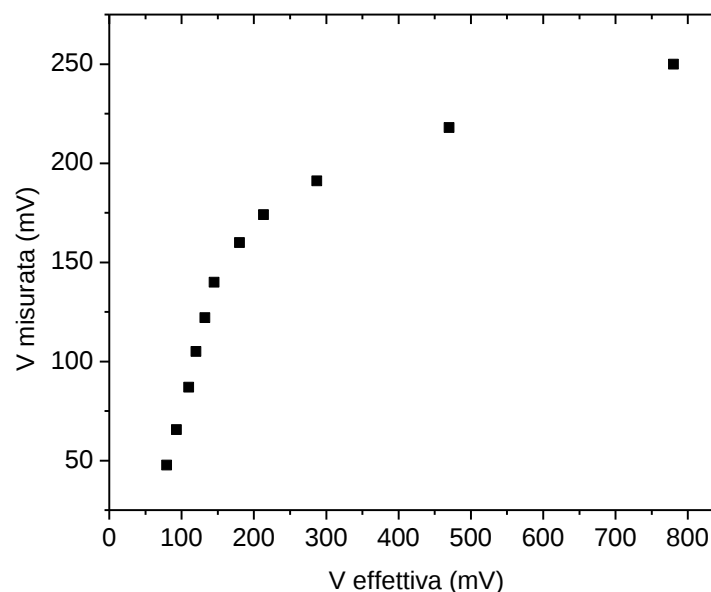
Un fotodiodo è trasparente per fotoni con energia inferiore alla band gap che determina il limite di sensibilità nell'IR. La minima lunghezza d'onda dipende invece dalle caratteristiche costruttive, e per i fotodiodi al Si, dall'assorbimento della finestra d'ingresso.

Per basse intensità della radiazione incidente, la fotocorrente è proporzionale all'intensità luminosa. Per alte intensità la risposta non è più lineare

Fotodiodo #1



Fotodiodo #2



Regione di linearità per $V < 150$ mV

Per attenuare l'intensità della radiazione incidente in modo da lavorare in una regione di linearità del fotodiodo spesso si utilizzano dei filtri neutri.

I filtri neutri attenuano l'intensità senza dipendenza dalla lunghezza d'onda.

La densità ottica (D) di un filtro è legato alla trasmittanza ($T = I_t/I_0$) dalla relazione:

$$D = \log(1/T)$$

$$T = 10^{-D}$$

Il reciproco della trasmittanza ($1/T$) è detto opacità

Per più filtri usati in combinazione:

$$D_{\text{tot}} = D_1 + D_2 + D_3 + \dots$$

$$T_{\text{tot}} = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dots$$