

ESERCIZI DI RIEPILOGO N.4

In tutti gli Esercizi seguenti, si intende sempre fissato un riferimento cartesiano ortonormale $RC(O, x, y)$ del piano.

(1.) Studiare la conica

$$\mathcal{C} : x^2 - 3y^2 + 4xy + 4y + 3 = 0.$$

Determinare inoltre la retta polare dell'origine $O(0, 0)$.

(2.) Al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, classificare dal punto di vista proiettivo ed affine la conica

$$\mathcal{C}_\lambda : x^2 + 2y^2 - 2xy + 2y + \lambda = 0.$$

Per $\lambda = 3$, determinare inoltre la retta polare di $P(1, 0)$.

(3.) Al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, classificare dal punto di vista proiettivo ed affine la conica

$$\mathcal{C}_\lambda : x^2 + 2y^2 + 2\lambda xy + 2x + 1 = 0.$$

Per $\lambda = 2$, studiare la conica.

(4.) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare dal punto di vista proiettivo ed affine la conica avente come matrice associata

$$A_k = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Per $k = -1$, studiare la conica e determinare la retta tangente ad essa nell'origine.

(5.) Al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, classificare dal punto di vista proiettivo ed affine la conica

$$\mathcal{C}_\lambda : x^2 + (\lambda + 1)y^2 - 2xy - x + 2y = 0.$$

Per $\lambda = 0$, studiare la conica e determinare la retta tangente ad essa nell'origine.