

## Esercizi su forme bilineari simmetriche e forme quadratiche

1) Si consideri la forma quadratica

$$Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x = (x_1, x_2, x_3) \mapsto 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2$$

- Descrivere esplicitamente la forma bilineare simmetrica  $\varphi$  corrispondente a  $Q$ .
- Determinare la segnatura di  $Q$  e classificarla.
- Scrivere  $Q$  in forma canonica.

2) Si consideri la forma quadratica

$$Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x = (x_1, x_2, x_3) \mapsto 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2^2 - 3x_3^2$$

- Descrivere esplicitamente la forma bilineare simmetrica  $\varphi$  corrispondente a  $Q$ .
- Determinare la segnatura di  $Q$  e classificarla.
- Scrivere  $Q$  in forma canonica, specificando la base rispetto a cui  $Q$  assume tale forma.

3) Si consideri in  $\mathbb{R}^3$  la forma bilineare simmetrica  $\varphi$  avente come matrice associata rispetto alla base canonica la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

- Descrivere esplicitamente la forma bilineare simmetrica  $\varphi$  e la corrispondente forma quadratica  $Q$ .
- Classificare  $Q$ .
- Scrivere  $Q$  in forma canonica.

4) Al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , si consideri in  $\mathbb{R}^3$  la forma bilineare simmetrica  $\varphi_k$  avente come matrice associata rispetto alla base canonica la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2-k \\ 0 & k & 0 \\ 2-k & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

- Determinare  $\ker(\varphi_k)$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .
- Classificare la forma quadratica  $Q_0$  corrispondente a  $\varphi_0$ .