Esercizi sulla Geometria Differenziale delle curve

1) Si consideri la curva

$$\gamma(t) = \left(1 - \sqrt{3}\cos t + t, 2 - 2\sin t, -\cos t - \sqrt{3}t\right), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determinare il triedro di Frenet della curva in un punto arbitrario.

b) Determinare curvatura e torsione di $\gamma(t)$ e riconoscere la curva.

c) Determinare esplicitamente una curva $\alpha(t)$ in forma canonica che sia congruente a $\gamma(t)$, ed un movimento rigido F tale che $f(\alpha(t)) = \gamma(t)$.

2) Si consideri la curva

$$\gamma(t) = (2 - 7\cos t, 1 + 25\sin t, -1 + 24\cos t), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determinare il triedro di Frenet della curva in un punto arbitrario.

b) Determinare curvatura e torsione di $\gamma(t)$ e riconoscere la curva.

c) Determinare esplicitamente una curva $\alpha(t)$ in forma canonica che sia congruente a $\gamma(t)$, ed un movimento rigido F tale che $f(\alpha(t)) = \gamma(t)$.

3) Si consideri la curva

$$\gamma(t) = (2 - \cosh t, t + 1, 2\sinh t), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determinare il triedro di Frenet della curva in un punto arbitrario.

b) Si dimostri che $\gamma(t)$ e' un'elica generalizzata.

c) Determinare l'asse di tale elica.

4) Si consideri la curva

$$\gamma(t) = \left(e^t \cos t, e^t, e^t \sin t\right), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determinarne curvatura e torsione.

b) Dire se la curva e' un'elica generalizzata. In tal caso, determinarne l'asse.

c) Determinare la lunghezza dell'arco di curva compreso tra $t = 0$ e $t = 1$.

5) Determinare curvatura e torsione della curva

$$\gamma(t) = (1 + \cos(2t), \sin(t) - 2, \cos(t)), \qquad t \in \mathbb{R}.$$