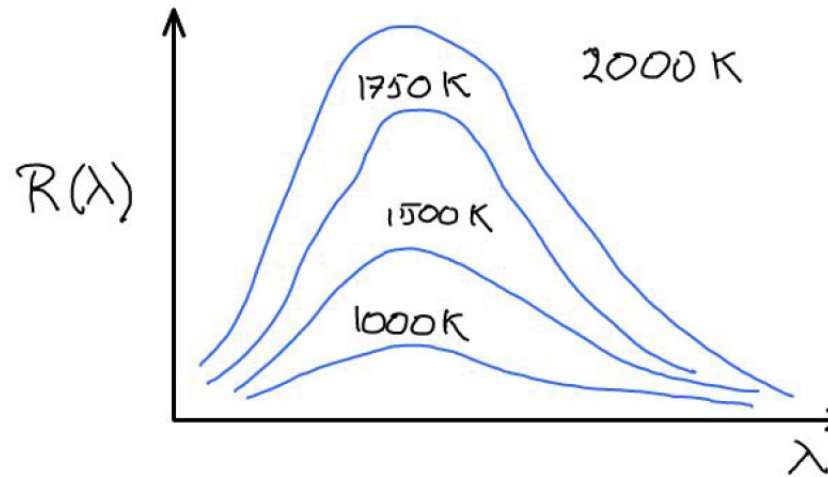
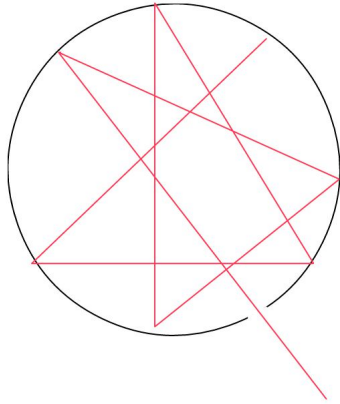


## Lezione 7

# **Crisi della fisica classica e fenomeni quantistici**

# Radiazione del corpo nero



Planck fa l'ipotesi  $E = h\nu$  (1900).

Un corpo in equilibrio termico emette radiazione.

$\rho$  densità di energia emessa per unità di volume.

$$\frac{d\rho(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{8\pi}{\lambda^4} \langle \epsilon(T) \rangle$$

Distribuzione di Boltzmann.  $\beta = 1/(k_B T)$

$$\langle \epsilon(T) \rangle = \frac{\int_0^\infty d\epsilon [\epsilon \exp(-\beta\epsilon)]}{\int_0^\infty d\epsilon \exp(-\beta\epsilon)} = -\frac{d}{d\beta} \left[ \log \int_0^\infty \exp(-\beta\epsilon) d\epsilon \right] = \frac{1}{\beta} = k_B T$$

$$\frac{d\rho(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{8\pi}{\lambda^4} (k_B T)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \rho(\lambda) \rightarrow \infty ; \quad \rho_{\text{tot}} = \int_0^\infty \frac{d\rho(\lambda)}{d\lambda} d\lambda \rightarrow \infty$$

Catastrofe ultravioletta.

Ipotesi di Planck. Energia quantizzata.  $\epsilon = n\epsilon_0$

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon} &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} [n\epsilon_0 \exp(-\beta n\epsilon_0)]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\beta n\epsilon_0)} \\ &= -\frac{d}{d\beta} \left[ \log \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\beta n\epsilon_0) \right] \\ &= -\frac{d}{d\beta} \left[ \log \left( \frac{1}{1 - \exp(-\beta\epsilon_0)} \right) \right] \\ &= \frac{d}{d\beta} [\log (1 - \exp(-\beta\epsilon_0))] \\ &= (1 - \exp(-\beta\epsilon_0))^{-1} [(\epsilon_0) \exp(-\beta\epsilon_0)] \\ &= \frac{\epsilon_0 \exp(-\beta\epsilon_0)}{1 - \exp(-\beta\epsilon_0)} = \frac{\epsilon_0}{e^{\beta\epsilon_0} - 1}\end{aligned}$$

Per soddisfare altre equazioni (legge di Wien) ottenute con argomenti molto generali di Meccanica Statistica  $\epsilon = h\nu = hc/\lambda$  dove  $h$  è una costante universale.

Dimensioni di  $h$  Energia per tempo  $h = 6.63 \times 10^{-27}$  erg sec.

$$\frac{d\rho(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{hc}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$$

Poiché

$$\frac{d\rho(\nu, T)}{d\nu} = \frac{d\rho(\lambda)}{d\lambda} \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{\lambda}{\nu} \frac{d\rho(\lambda)}{d\lambda}$$

Boltzmann

$$\frac{d\rho(\nu, T)}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$$

## Planck

$$\frac{d\rho(\nu, T)}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}$$

per

$$\nu \gg \frac{h}{k_B T} \longrightarrow \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) \gg 1$$

$$\frac{d\rho(\nu, T)}{d\nu} \longrightarrow \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)$$

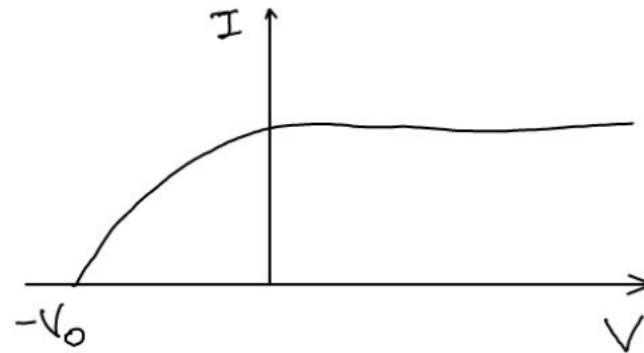
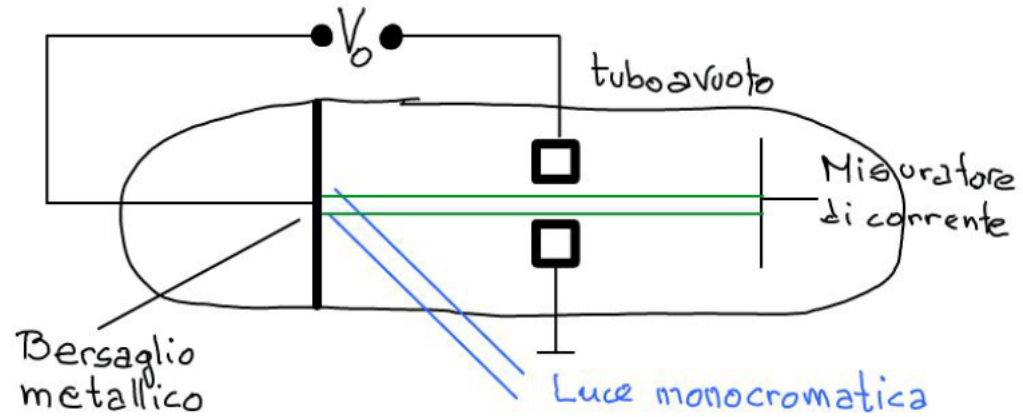
Non c'è divergenza, non c'è crisi ultravioletta.

Nella sorgente di radiazione da corpo nero le emissioni sono quantizzate.

Per

$$\frac{h}{k_B T} \ll 1 \longrightarrow \frac{d\rho}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu \left(1 + \frac{h\nu}{k_B T} + \dots - 1\right)^{-1} \simeq \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$$

# Effetto fotoelettrico



## Descrizione Classica

La luce (onda) deposita nel metallo la propria energia, proporzionale all'intensità luminosa  $I$ . Dopo un processo di termalizzazione, l'energia è ridistribuita tra gli atomi ed alcuni di loro emettono elettroni.

### Fatti incompatibili con la Descrizione Classica

- Per ogni metallo c'è una frequenza  $\nu_{th}$  di soglia al di sotto della quale non c'è emissione, indipendentemente dall'intensità luminosa  $I$ .
- Le energie degli elettroni emessi variano da 0 fino ad un massimo  $\epsilon_{max}$ . Questo massimo varia linearmente con la frequenza della luce, indipendentemente da  $I$ .
- Per un valore fissato della frequenza, Il numero degli elettroni emessi, misurato dall'intensità di corrente elettrica, dipende dall'intensità luminosa  $I$ .
- Emissione immediata.



Einstein 1905

La radiazione è composta da particelle (fotoni) con energia  $E = h\nu$ .

Una di queste particelle è assorbita dall'atomo che rilascia l'elettrone con energia

$$\frac{1}{2}m_e v_{\max}^2 = h\nu - W$$

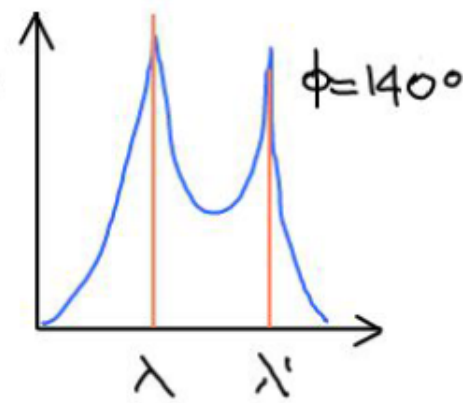
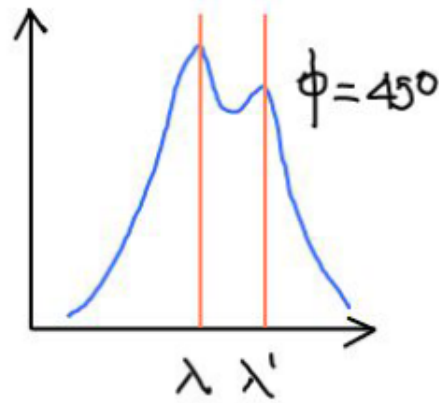
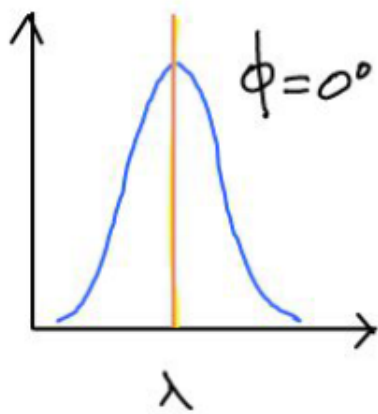
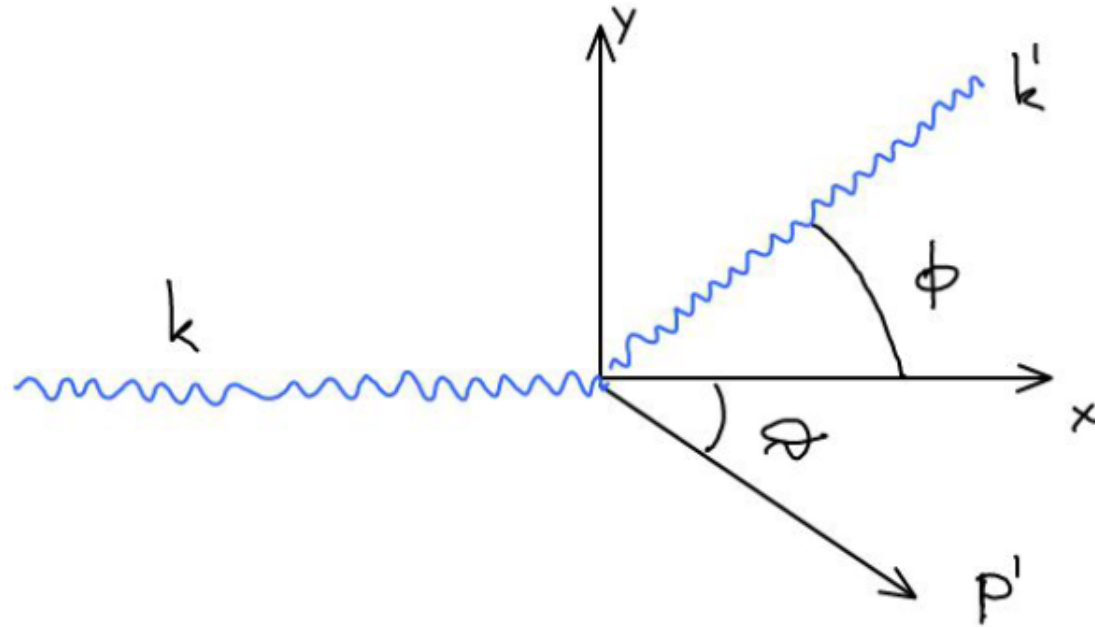
Dove  $W$  è l'energia necessaria per estrarre l'elettrone

$$h\nu_{\text{th}} = W$$

$$eV_0 = h\nu - W$$

Fissata  $\nu$  come varia la corrente in funzione di  $V$ .

# Effetto Compton



Nel modello classico di Thomson la radiazione assorbita fa vibrare l'elettrone nella sua posizione di equilibrio ed emette radiazione con la stessa frequenza  $\lambda$ .

Appare un altro picco  $\lambda' \neq \lambda$ .

## Diffusione elastica di un fotone sull'elettrone

$$\gamma(k) + e^-(p) \rightarrow \gamma(k') + e^-(p)$$

Sistema del laboratorio. Piano di diffusione  $x$  e  $y$ .  $x$  lungo la direzione del fotone.

$$k^\mu \equiv \left( \frac{h\nu}{c}, \frac{h\nu}{c}, 0, 0 \right) \quad ; \quad k'^\mu \equiv \left( \frac{h\nu'}{c}, \frac{h\nu'}{c} \cos \phi, \frac{h\nu'}{c} \sin \phi, 0 \right)$$

$$p^\mu \equiv (mc, 0, 0, 0) \quad ; \quad p'^\mu \equiv \left( \frac{E'}{c}, p' \cos \theta, -p' \sin \theta, 0 \right)$$

Conservazione del quadrimpulso.

Energia

$$mc^2 + h\nu = h\nu' + E' = h\nu' + \sqrt{m^2c^4 + p'^2c^2}$$

Asse  $x$

$$\frac{h\nu}{c} + 0 = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + p' \cos \theta$$

$$\left( \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \phi \right)^2 = p'^2 \cos^2 \theta$$

Asse  $y$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - p' \sin \theta$$

$$\left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 \sin^2 \phi = p'^2 \sin^2 \theta$$

Somma

$$\begin{aligned} \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 &+ \left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 \cos^2 \phi - 2 \left( \frac{h\nu}{c} \right) \left( \frac{h\nu'}{c} \right) \cos \phi + \left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 \sin^2 \phi \\ &= p'^2 \cos^2 \theta + p'^2 \sin^2 \theta = p'^2 \end{aligned}$$

Sostituisco  $p'^2 c^2$  nell'equazione della conservazione dell'energia, al quadrato.

$$\begin{aligned} & m^2 c^4 + h^2 (\nu - \nu')^2 + 2mc^2 h(\nu - \nu') \\ = & m^2 c^4 + (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2(\nu\nu') + 2mc^2 h(\nu - \nu') \\ = & E'^2 = m^2 c^4 + p'^2 c^2 \\ = & m^2 c^4 + (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2h^2(\nu\nu') + 2mc^2 h(\nu - \nu') &= -2(h\nu)(h\nu') \cos \phi \\ mc^2 h(\nu - \nu') &= h^2 \nu \nu' (1 - \cos \phi) \end{aligned}$$

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu \nu'} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c^2/\lambda \lambda'} = \frac{1}{c} \left[ \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right] \lambda \lambda' = \left[ \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} \right] \lambda \lambda' \frac{1}{c}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) = \frac{h}{mc} 2 \sin^2(\phi/2)$$

Lunghezza d'onda Compton

$$\frac{h}{mc}$$