A.A. 03-04 Elettronica - Soluzioni della prova scritta del 05/07/04

1) Dallo schema segue immediatamente che:

$$V_{GS} = V_{DD}$$

per cui, siccome

$$V_{GS} - V_{TH} \approx 2.55\ V,$$

risulta soddisfatta la disuguaglianza:

$$V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}.$$

Pertanto il transistor opera in regione di triodo e la corrente di drain è data dalla relazione:

$$I_D = k_n \left(\frac{W}{L}\right)\left[2\left(V_{GS} - V_{TH}\right)V_{DS} - V_{DS}^{\ 2}\right],$$

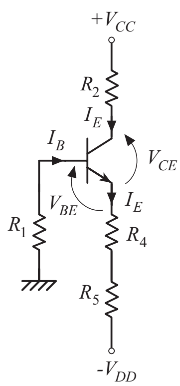
dove:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R} \approx 30\ \mu A.$$

Sostituendo, quindi, nella relazione precedente, si ha:

$$\frac{W}{L} = \frac{I_D}{k_n\left[2\left(V_{GS} - V_{TH}\right)V_{DS} - V_{DS}^{\ 2}\right]} \approx 0.67.$$

2) Considerando i condensatori dei circuiti aperti si ottiene lo schema di figura. Assumendo che il BJT sia in zona lineare, con V_{BE} pari a 0.7 *V*, applicando la *KVL* al circuito di ingresso si trova:



$$V_{EE} - V_{BE} = R_1 I_B + \left(R_4 + R_5\right) I_E = R_1 \frac{I_E}{\beta + 1} + I_E\left(R_4 + R_5\right),$$

da cui segue:

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{\dfrac{R_1}{\beta+1} + R_4 + R_5} \approx 2.0\ mA;$$

quindi, applicando la *KVL* al circuito di uscita si ha:

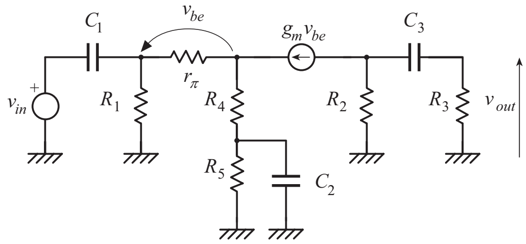
$$V_{CE} = V_{CC} + V_{EE} - R_C I_C - \left(R_4 + R_5\right) I_E =$$
$$= V_{CC} + V_{EE} - R_C I_E \frac{\beta}{\beta+1} - \left(R_4 + R_5\right) I_E \approx 6.2V.$$

Siccome $V_{CE} > 0.7V$, il BJT opera effettivamente in zona lineare. Nel punto di funzionamento, la corrente di collettore vale:

$$I_C = \frac{I_E}{\beta+1} \approx 2.0\ mA,$$

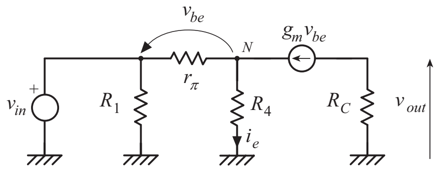
così i parametri del modello a π sono:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} \approx 76.6\ \frac{mA}{V},$$
$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} \approx 1.3\ k\Omega.$$



In figura è mostrato il circuito equivalente per il piccolo segnale; considerando i condensatori dei cortocircuiti, lo schema si modifica come indicato in figura seguente, in cui la resistenza R_C vale:

$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \approx 2.1\ \ k\Omega$$



Applicando la *KVL* al circuito di ingresso risulta:

$$v_i = v_{be} + R_4 i_e$$

dove la corrente i_e può esprimersi attraverso v_{be} applicando la *KCL* al nodo *N*:

$$i_e = g_m v_{be} + \frac{v_{be}}{r_\pi}$$

inoltre la tensione v_{out} può scriversi come:

$$v_{out} = -g_m v_{be} R_C,$$

per cui:

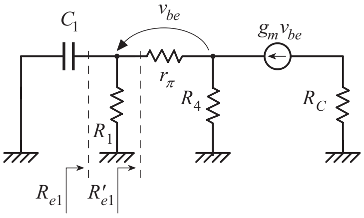
$$v_{be} = -\frac{v_{out}}{g_m R_C}.$$

Quindi, sostituendo nelle precedenti espressioni, si trova:

$$v_i = -\frac{v_{out}}{g_m R_C}\left(1 + g_m R_4 + \frac{R_4}{r_\pi}\right) = -v_{out}\left(\frac{1}{g_m R_C} + \frac{R_4}{R_C} + \frac{R_4}{\beta R_C}\right),$$

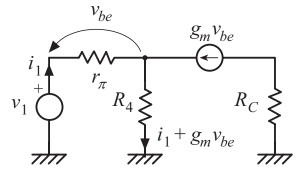
da cui segue:

$$A_v = -\frac{g_m R_C}{1 + g_m R_4 + \frac{R_4}{r_\pi}} = -\frac{\beta R_C}{r_\pi + R_4\left(1+\beta\right)} \approx -6.7,$$



che corrisponde a circa 17 *dB*. Per calcolare la costante di tempo associata al condensatore C_1, dopo aver annullato il generatore d'ingresso, sostituiamo tutti gli altri condensatori con dei cortocircuiti. Lo schema si modifica così come mostrato in figura. La resistenza R_{e1} vista dal condensatore C_1 è pari al parallelo di R_1 con la resistenza R'_{e1} posta a valle di R_1. Per valutare tale quantità stabiliamo la resistenza equivalente del circuito a destra di R_1. Applichiamo, pertanto, un generatore di tensione e stabiliamo la corrente erogata. Risulta:

$$v_1 = i_1 r_\pi + \left(i_1 + i_1 g_m v_{be}\right) R_4 = i_1\left[r_\pi + R_4\left(1+\beta\right)\right],$$

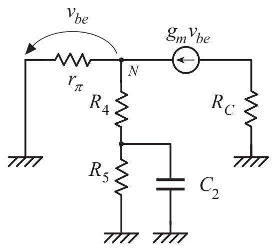


da cui segue:

$$R'_{e1} = \frac{v_1}{i_1} = r_\pi + R_4\left(1+\beta\right) \approx 31.6\ k\Omega.$$

Così la resistenza R_{e1} vale:

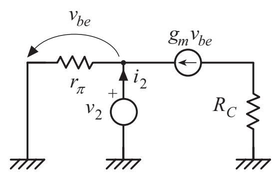
$$R_{e1} = \frac{R_1 R'_{e1}}{R_1 + R'_{e1}} \approx 1.9\ \ k\Omega,$$



e quindi la costante di tempo τ_1 associata a C_1 è:

$$\tau_1 = R_{e1} C_1 \approx 376\ ms.$$

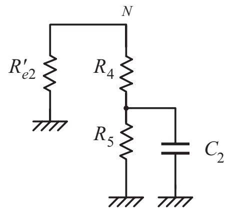
Per calcolare la costante di tempo associata a C_2 procediamo in maniera analoga; in figura è mostrato il corrispondente circuito. Allo scopo di semplificare la determinazione escludiamo il ramo compreso tra il nodo N e massa e stabiliamo la resistenza equivalente R'_{e2} vista da questi due morsetti. Applichiamo, pertanto, un generatore di tensione e stabiliamo la corrente erogata; poiché risulta $v_{be} = -v_2$, segue:



$$i_2 = -g_m v_{be} - \frac{v_{be}}{r_\pi} = -v_{be}\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right) = v_2\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right),$$

e quindi:

$$R'_{e2} = \frac{v_2}{i_2} = \frac{1}{g_m + \dfrac{1}{r_\pi}} = \frac{r_\pi}{1+\beta} \approx 12.9\ \Omega.$$

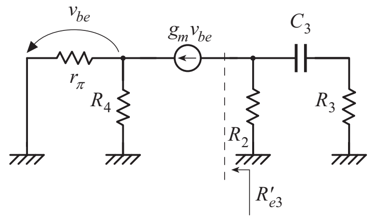


Così, con riferimento alla figura, la resistenza R_{e2} vale:

$$R_{e2} = \frac{\left(R'_{e2} + R_4\right) R_5}{R'_{e2} + R_4 + R_5} \approx 295.5\ \ \Omega,$$

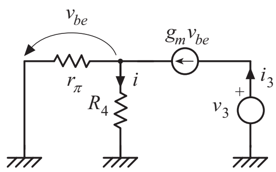
e quindi la costante di tempo τ_2 associata a C_2 è:

$$\tau_2 = R_{e2} C_2 \approx 8\ ms.$$



Infine calcoliamo la costante di tempo associata a C_3; per semplificare il calcolo escludiamo il ramo posto a sinistra di R_2 e valutiamone la resistenza equivalente R'_{e3}. Pertanto applichiamo un generatore di tensione e stabiliamo la corrente erogata; siccome risulta:

$$i = \frac{v_{be}}{r_\pi} + g_m v_{be} = v_{be}\left(\frac{1}{r_\pi} + g_m\right),$$

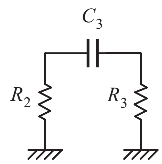


allora, poiché $v_{be} + iR_4 = 0$, segue:

$$v_{be} + v_{be} R_4\left(\frac{1}{r_\pi} + g_m\right) = 0$$

che è soddisfatta solo se $v_{be} = 0$. Quindi anche $i = 0$ e pertanto la resistenza R'_{e3} è infinita. Così, dal circuito di figura segue che la resistenza R_{e3} vista C_3 vale:

$$R_{e3} = R_2 + R_3 \approx 9.3\ \ k\Omega.$$



Ne segue che la corrispondente costante di tempo è:

$$\tau_3 = R_{e3} C_3 \approx 930\ ms.$$

La frequenza di taglio inferiore dell'amplificatore vale quindi:

$$f_L = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_3}\right) \approx 20\ Hz.$$

Si noti che la frequenza di taglio è dominata dal polo associato alla capacità C_2 che, da solo, determina una frequenza di taglio $1/(2\pi\tau_2)$ pari a $19.9\ Hz$, mentre le frequenze di taglio associate alle capacità C_1 e C_3 sono, rispettivamente, 50 e 100 volte minori.