A.A. 03-04 Elettronica - Soluzioni della prova scritta del 16/04/04

1) Dallo schema si evince che:

$$V_{DS} = V_{GS}\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right) \qquad 1.$$

per cui si ha:

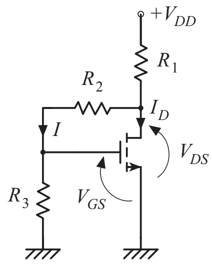
$$V_{DS} > V_{DS} - V_{TH} > V_{GS}\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right) - V_{TH} > V_{GS} - V_{TH},$$

cioè il transistor è in saturazione. Pertanto la corrente di *drain* è data dalla relazione:

$$I_D = k_n \frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2. \qquad 2.$$

D'altra parte, applicando la *KVL* al circuito di uscita del transistor si ha:

$$V_{DD} - V_{DS} = R_1\left(I_D + I\right) = R_1 I_D + R_1 I,$$



dove la corrente I vale:

$$I = \frac{V_{DS}}{R_2 + R_3}.$$

Sostituendo quindi nella precedente equazione, esprimendo la tensione V_{DS} tramite V_{GS} attraverso la 1. e ricavando la corrente di drain dalla espressione 2., si perviene all'equazione di secondo grado:

$$V_{GS}^2\left(k_n \frac{W}{L} R_1\right) + V_{GS}\left(\frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} - 2k_n \frac{W}{L} R_1\right) + k_n \frac{W}{L} R_1 V_{TH}^2 - V_{DD} = 0;$$

delle due soluzioni, 2.37 *V* e -0.88 *V*, la seconda è sicuramente da scartare in quanto inferiore alla tensione di soglia V_{TH}, pertanto:

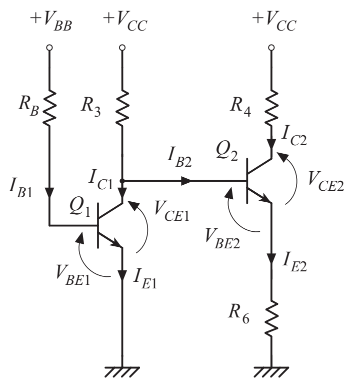
$$V_{GS} \approx 2.37\ V,$$

così, dalla 1. e dalla 2. segue:

$$V_{DS} = V_{GS}\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right) \approx 4.14\ V,$$

$$I_D = k_n \frac{W}{L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 \approx 1.45\ mA.$$

2) Considerando i condensatori dei circuiti aperti ed applicando il teorema di Thevenin a sinistra della base del primo transistor, si ottiene lo schema di figura in cui:



$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 40.5\ k\Omega,$$

$$V_{BB} = V_{CC}\frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 2.0\ V;$$

assumendo quindi che V_{BE1} valga 0.7 V, applicando la KVL al circuito di ingresso di Q_1 si ha:

$$V_{BB} - V_{BE1} = R_B I_{B1},$$

da cui segue:

$$I_{B1} = \frac{V_{BB} - V_{BE1}}{R_B} \approx 32.7\ \mu A.$$

così la corrente di collettore di Q_1 vale:

$$I_{C1} = \beta_1 I_{B1} \approx 3.3\ mA.$$

Applicando la KVL al circuito di ingresso di Q_2 si ha:

$$V_{CC} - R_3\left(I_{C1} + I_{B2}\right) = V_{BE2} + R_6 I_{B2}\left(\beta_2 + 1\right),$$

da cui, assumendo che V_{BE2} valga 0.7 V, segue:

$$I_{B2} = \frac{V_{CC} - V_{BE2} - R_3 I_{C1}}{R_3 + R_6\left(\beta_2 + 1\right)} \approx 15.5\ \mu A,$$

così la corrente di collettore di Q_2 vale:

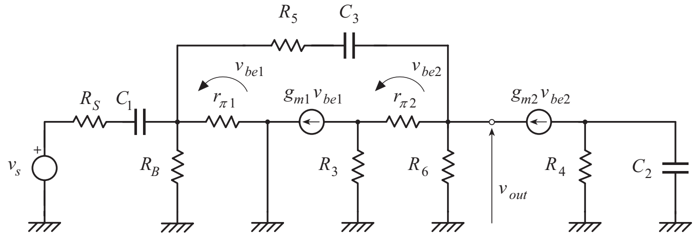
$$I_{C2} = \beta_2 I_{B2} \approx 1.7\ mA.$$

Infine, applicando la KVL, rispettivamente, al circuito di uscita di Q_1 e di Q_2 si ha:

$$V_{CE1} = V_{CC} - R_3\left(I_{C1} + I_{B2}\right) \approx 2.8\ V,$$

$$V_{CE2} = V_{CC} - R_4 I_{C2} - R_6 I_{B2}\left(\beta_2 + 1\right) \approx 2.1\ V;$$

siccome tali valori sono superiori alla tensione di soglia di 0.7 V concludiamo che le giunzioni base-emettitore di entrambi i transistor sono polarizzate inversamente e quindi i dispositivi operano in zona lineare. Il circuito equivalente dell'amplificatore per il piccolo segnale è mostrato in figura, dove:

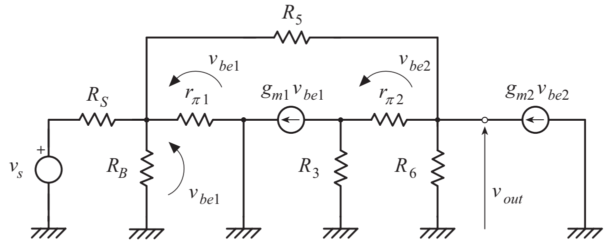


$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} \approx 125.8 \ \frac{mA}{V},$$

$$r_{\pi 1} = \frac{\beta_1}{g_{m1}} \approx 795.0 \ \Omega,$$

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} \approx 65.6 \ \frac{mA}{V},$$

$$r_{\pi 2} = \frac{\beta_2}{g_{m2}} \approx 1.7 \ k\Omega.$$



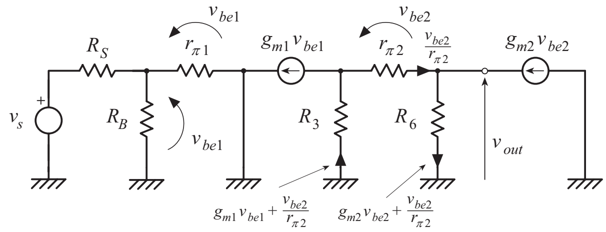
Per stabilire il guadagno v_{out}/v_s a centro banda sostituiamo i condensatori con dei cortocircuiti ed applichiamo il teorema di Miller alla resistenza R_5. Allo scopo, con riferimento al circuito di figura, stimiamo il rapporto v_{be1}/v_{out} in assenza della resistenza R_5; applicando la *KVL* alla maglia contenente le resistenze R_3, $r_{\pi 2}$ e R_6, si trova:

$$R_3\left(g_{m1}v_{be1} + \frac{v_{be2}}{r_{\pi 2}}\right) + v_{be2} + R_6\left(g_{m2}v_{be2} + \frac{v_{be2}}{r_{\pi 2}}\right) = 0$$

da cui segue:

$$\frac{v_{be2}}{v_{be1}} = -\frac{r_{\pi 2} g_{m1} R_3}{r_{\pi 2} + R_3 + R_6\left(1 + g_{m2} r_{\pi 2}\right)} \approx \text{-}1.1$$

D'altra parte risulta:



$$v_{out} = \left(g_{m2}v_{be2} + \frac{v_{be2}}{r_{\pi 2}}\right) R_6,$$

da cui segue:

$$\frac{v_{out}}{v_{be2}} = \left(1 + g_{m2} r_{\pi 2}\right)\frac{R_6}{r_{\pi 2}} \approx 79.4.$$

Pertanto:

$$\frac{v_{out}}{v_{be1}} = \frac{v_{out}}{v_{be2}}\frac{v_{be2}}{v_{be1}} = -\frac{r_{\pi 2} g_{m1} R_3}{r_{\pi 2} + R_3 + R_6 \left(1 + g_{m2} r_{\pi 2}\right)} \left(1 + g_{m2} r_{\pi 2}\right) \frac{R_6}{r_{\pi 2}} =$$

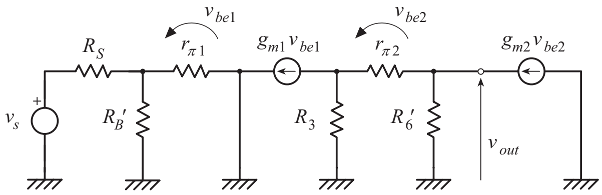
$$= -\frac{g_{m1} R_3 R_6 \left(1 + g_{m2} r_{\pi 2}\right)}{r_{\pi 2} + R_3 + R_6 \left(1 + g_{m2} r_{\pi 2}\right)} \approx -84.1,$$

così le resistenze determinate dall'applicazione del teorema di Miller valgono:

$$R_{5M1} = \frac{R_5}{1 - \dfrac{v_{out}}{v_{be1}}} \approx 38.8\ \Omega,$$

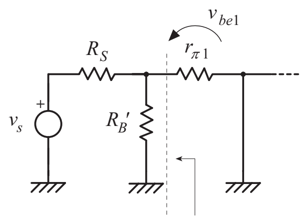
$$R_{5M2} = \frac{R_5}{1 - \dfrac{v_{be1}}{v_{out}}} \approx 3.3\ k\Omega.$$

Tali resistenze si dispongono in parallelo, rispettivamente, alle resistenze R_B e R_6, pertanto lo schema si modifica come indicato in figura, dove:

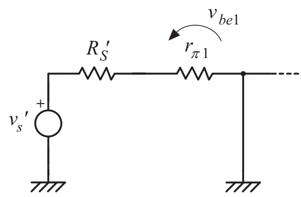


$$R_B' = \frac{R_{5M1} R_B}{R_{5M1} + R_B} \approx 38.8\ \Omega,$$

$$R_6' = \frac{R_{5M2} R_6}{R_{5M2} + R_6} \approx 877.2\ \Omega.$$



Applicando il teorema di Thevenin a monte della resistenza $r_{\pi 1}$, il circuito di ingresso si schematizza come indicato in figura, dove:



$$\frac{v_s'}{v_s} = \frac{R_B'}{R_B' + R_s} \approx 0.3;$$

$$R_s' = \frac{R_B' R_s}{R_B' + R_s} \approx 27.9\ \Omega;$$

utilizzando tale schematizzazione si ha:

$$\frac{v_{be1}}{v_s'} = \frac{r_{\pi 1}}{r_{\pi 1} + R_s'} \approx 1.0,$$

così il guadagno di tensione v_{out}/v_s vale:

$$\frac{v_{out}}{v_s}=\frac{v_{out}}{v_{be1}}\frac{v_{be1}}{v_s{}'}\frac{v_s{}'}{v_s}=-\frac{g_{m1}R_3R_6\left(1+g_{m2}r_{\pi 2}\right)}{r_{\pi 2}+R_3+R_6\left(1+g_{m2}r_{\pi 2}\right)}\frac{r_{\pi 1}}{r_{\pi 1}+R_s{}'}\frac{R_B{}'}{R_B{}'+R_s}\approx\text{-}22.7.$$

Per aumentare la precisione di tale determinazione si può ricalcolare il rapporto v_{out}/v_{be1} relativamente allo schema modificato con le resistenze $R_B{}'$ e $R_6{}'$ in luogo delle resistenze R_B e R_6. Il valore così trovato per v_{out}/v_{be1} può essere quindi impiegato per stabilire una nuova stima delle resistenze R_{5M1} e R_{5M2} in modo da ottenere una migliore approssimazione del guadagno di tensione v_{out}/v_s. Operando in questa maniera, dopo una sola iterazione il nuovo valore del rapporto v_{out}/v_{be1} è -83.5 e facendo uso di tale valore si ottiene un guadagno v_{out}/v_s pari a -22.6. Ulteriori iterazioni non modificano tale valore entro la prima cifra decimale.