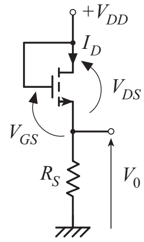
A.A. 02-03 **Elettronica - Soluzioni della prova scritta del 29/07/03**



1) Con riferimento allo schema di figura, poiché la tensione V_{GS} è uguale a V_{DS}, risulta soddisfatta la disuguaglianza:

$$V_{DS} > V_{GS} - V_{TH},$$

pertanto il transistor opera in saturazione e la relativa corrente di drain vale:

$$I_D = k_n\left(\frac{W}{L}\right)\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2;$$

d'altra parte, applicando la *KVL* al circuito di figura, risulta:

$$V_{DD} - V_{GS} = R_S I_D,$$

così, sostituendo in tale relazione l'espressione della corrente I_D fornita dalla precedente formula, si arriva all'equazione di secondo grado:

$$k_n\left(\frac{W}{L}\right)V_{GS}^{\ 2} + \left[\frac{1}{R_S} - 2k_n\left(\frac{W}{L}\right)V_{TH}\right]V_{GS} + V_{TH}^{\ 2}k_n\left(\frac{W}{L}\right) - \frac{V_{DD}}{R_S} = 0.$$

Delle due soluzioni, 2.10 *V* e 1.89 *V*, la seconda è sicuramente da scartare in quanto inferiore alla tensione di soglia V_{TH}, pertanto:

$$V_{DS} = V_{GS} \approx 2.10\ V,$$

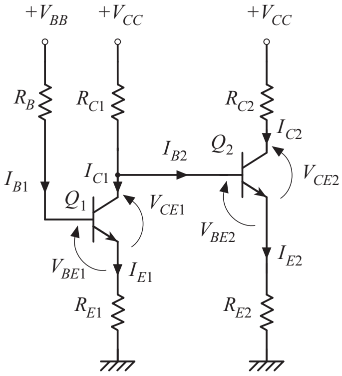
quindi la corrente di drain vale:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_{GS}}{R_S} \approx 1.0\ mA.$$

E, infine, la tensione V_0 vale:

$$V_0 = R_S I_D \approx 10\ V.$$

2) Considerando i condensatori dei circuiti aperti ed applicando il teorema di Thevenin a sinistra della base del primo transistor, si ottiene lo schema di figura in cui:



$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 800\ \Omega,$$

$$V_{BB} = V_{CC}\frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 2.4\ V;$$

assumendo quindi che V_{BE1} valga 0.7*V*, applicando la *KVL* al circuito di ingresso di Q_1 si ha:

$$V_{BB} - V_{BE1} = R_B I_{B1} + R_{E1} I_{E1} = \left(\frac{R_B}{\beta_1 + 1} + R_{E1} \right) I_{E1} ,$$

da cui segue:

$$I_{E1} = \frac{V_{BB} - V_{BE1}}{\frac{R_B}{\beta_1 + 1} + R_{E1}} \approx 1.7\ mA.$$

Così la corrente di collettore di Q_1 vale:

$$I_{C1} = I_{E1} \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \approx 1.7\ mA.$$

Applicando la *KVL* al circuito d'uscita di Q_1 si trova:

$$V_{CE1} = V_{CC} - \left(I_{C1} + I_{B2} \right) R_{C1} - I_{E1} R_{E1} \approx V_{CC} - I_{C1} R_{C1} - I_{E1} R_{E1} \approx 2.4\ V,$$

avendo assunto $I_{B2} << I_{C1}$; poiché $V_{CE1} > 0.7\ V$, la giunzione base-collettore di Q_1 è polarizzata inversamente; avendo assunto che la giunzione base-emettitore di tale transistor è polarizzata direttamente, ne segue che il dispositivo opera in zona lineare. Assumendo anche per Q_2 che la tensione V_{BE1} valga 0.7*V*, applicando la *KVL* al circuito di ingresso di questo transistor, si trova:

$$V_{CE1} + I_{E1} R_{E1} = V_{BE2} + I_{E2} R_{E2} ,$$

da cui segue:

$$I_{E2} = \frac{V_{CE1} + I_{E1} R_{E1} - V_{BE2}}{R_{E2}} \approx 3.4\ mA,$$

così le correnti di collettore e di base di Q_2 valgono rispettivamente:

$$I_{C2} = I_{E2} \frac{\beta_2}{\beta_2 + 1} \approx 3.4\ mA,$$

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{\beta_2} \approx 16.9\ \mu A.$$

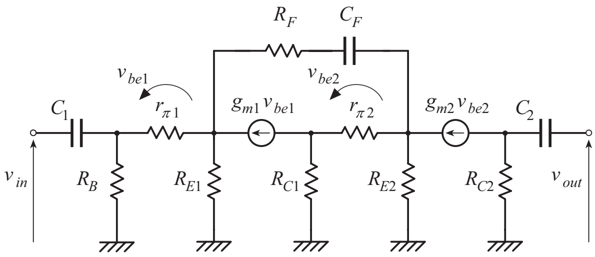
Il valore di I_{B2} trovato conferma l'ipotesi secondo cui tale corrente è molto minore della corrente di Q_1. Infine risulta:

$$V_{CE2} = V_{CC} - I_{C2}R_{C2} - I_{E2}R_{E2} \approx 5.2\ V;$$

siccome $V_{CE2} > 0.7\ V$, anche la giunzione base-collettore di Q_2 è polarizzata inversamente e quindi il dispositivo opera in zona lineare. Il circuito equivalente dell'amplificatore per il piccolo segnale è mostrato in figura, dove:

$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} \approx 64.6\ \frac{mA}{V}, \qquad r_{\pi 1} = \frac{\beta_1}{g_{m1}} \approx 2.3\ k\Omega,$$
$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} \approx 130.3\ \frac{mA}{V}, \qquad r_{\pi 2} = \frac{\beta_2}{g_{m2}} \approx 1.5\ k\Omega.$$

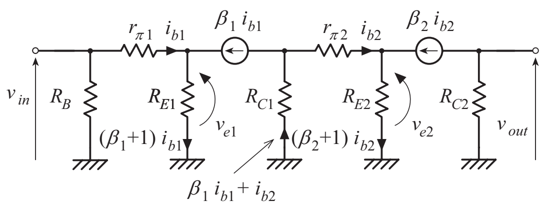
Per stabilire il guadagno v_{out}/v_{in} a centro banda sostituiamo i condensatori con dei cortocircuiti ed applichiamo il teorema di Miller alla resistenza R_F. Allo scopo, con riferimento al circuito di figura, stimiamo il rapporto v_{e2}/v_{e1} in assenza della resistenza R_F; per comodità modifichiamo inoltre lo schema sostituendo il comando dei generatori controllati con le correnti di base. Applicando la *KVL* alla maglia contenente le resistenze R_{C1}, $r_{\pi 2}$ e R_{E2}, si trova:



$$\left(i_{b2} + \beta_1 i_{b1}\right)R_{C1} + i_{b2}r_{\pi 2} + i_{b2}\left(1+\beta_2\right)R_{E2} = 0,$$

da cui segue:

$$\frac{i_{b2}}{i_{b1}} = -\frac{\beta_1 R_{C1}}{R_{C1} + r_{\pi 2} + \left(\beta_2 + 1\right)R_{E2}} \approx \text{-}3.4$$



D'altra parte, poiché:

$$v_{e1} = i_{b1}R_{E1}\left(1+\beta_1\right),$$
$$v_{e2} = i_{b2}R_{E2}\left(1+\beta_2\right),$$

allora:

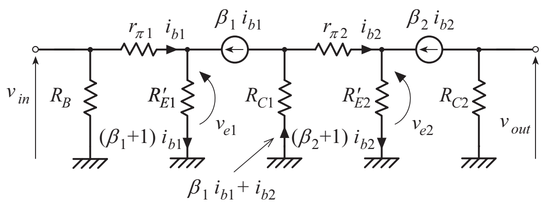
$$\frac{v_{e2}}{v_{e1}} = \frac{R_{E2}\left(1+\beta_2\right)}{R_{E1}\left(1+\beta_1\right)}\frac{i_{b2}}{i_{b1}} \approx \text{-}4.5.$$

così le resistenze determinate dall'applicazione del teorema di Miller, valgono:

$$R_{F1} = \frac{R_F}{1 - \frac{v_{e2}}{v_{e1}}} \approx 18\ k\Omega,$$

$$R_{F2} = \frac{R_F}{1 - \frac{v_{e1}}{v_{e2}}} \approx 82\ k\Omega.$$

Tali resistenze si dispongono in parallelo, rispettivamente, alle resistenze R_{E1} e R_{E2}, pertanto lo schema si modifica come indicato in figura, dove:



$$R'_{E1} = \frac{R_{F1} R_{E1}}{R_{F1} + R_{E1}} \approx 974\ \Omega,$$

$$R'_{E2} = \frac{R_{F2} R_{E2}}{R_{F2} + R_{E2}} \approx 988\ \Omega$$

La tensione d'uscita v_{out} vale:

$$v_{out} = -i_{b2}\beta_2 R_{C2},$$

in cui la corrente i_{b2} può essere espressa attraverso i_{b1} tramite la relazione già trovata dove, in luogo di R_{E2} si sostituisce R'_{E2}:

$$i_{b2} = -\frac{\beta_1 R_{C1}}{R_{C1} + r_{\pi 2} + (\beta_2 + 1) R'_{E2}} i_{b1},$$

infine, applicando la *KVL* al circuito di ingresso, si trova:

$$v_i = \left[r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) R'_{E1} \right] i_{b1};$$

pertanto il rapporto v_{out}/v_{in} vale:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\beta_1 \beta_2 R_{C1} R_{C2}}{\left[R_{C1} + r_{\pi 2} + (\beta_2 + 1) R'_{E2} \right] \left[r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1) R'_{E1} \right]} \approx 4.5.$$

In linea teorica è possibile aumentare la precisione di tale determinazione valutando nuovamente il rapporto v_{e2}/v_{e1}, facendo riferimento al circuito modificato, utilizzando, nell'espressione di v_{e2}/v_{e1}, in luogo delle resistenze R_{E1} e R_{E2} le resistenze R'_{E1} e R'_{E2}. Impiegando il nuovo valore del rapporto v_{e2}/v_{e1} per calcolare un'altra volta le resistenze R_{F1} e R_{F2} e stabilire il guadagno v_{out}/v_{in} non si ottiene un risultato differente da quello già trovato entro la prima cifra decimale.