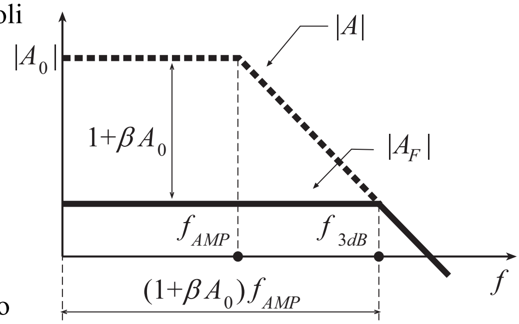
Rappresentazione grafica di un sistema retroazionato

- La f.d.t. di un A.O. ha generalmente alcune decine di poli
- Il costruttore compensa il dispositivo in maniera da dotarlo di un singolo polo (*polo dominante*). La f.d.t. diviene:

$$A = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{f}{f_p}}$$

- La retroazione riduce il guadagno di un fattore $1+\beta A_0$ con un corrispondente aumento della banda passante



Rappresentazione grafica di un sistema retroazionato

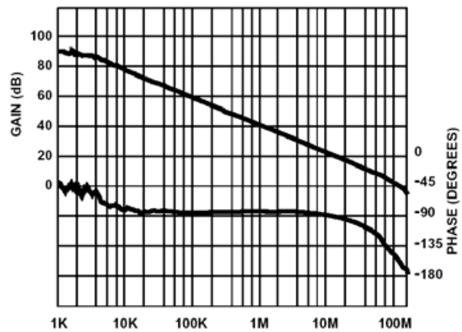
- *Esempio:*
  L'amplificatore CA158 (*Intersil*) ha f_P=5*Hz* e A_0=110*dB*, così:

$$A = \frac{10^{\frac{110dB}{20dB}}}{1 + j\dfrac{f}{5Hz}} = \frac{3.2 \times 10^5}{1 + j\dfrac{f}{5Hz}}$$

Rappresentazione grafica di un sistema retroazionato

- *Esempio:*
  L'amplificatore HA2842 (*Intersil*) ha A_0=90dB e la fase è di -45° a 1.2kHz e di -135° a 70MHz. L'UGB è 120MHz ed a tale frequenza la fase vale -165°.
- Questo A.O. risulta pertanto marginalmente stabile e, qualora non si adottano procedure di compensazione esterne, può diventare instabile.
- La f.d.t. vale quindi:

$$A = \frac{3.2\times 10^4}{\left(1+j\dfrac{f}{1.2kHz}\right)\left(1+j\dfrac{f}{70MHz}\right)}$$



Condizione di instabilità

- La condizione che determina l'instabilità di una rete richiede che si abbia:

$$-A(j\omega)\,\beta(j\omega) = -1 = e^{-j\pi}$$

- Inoltre, se $|A\beta|>1$, questa condizione risulterà comunque soddisfatta in quanto le non linearità dei componenti attivi dell'amplificatore determineranno condizioni tali da ridurre il guadagno d'anello all'unità.

Condizione di instabilità

- Ad esempio, nel progetto degli oscillatori si impone usualmente che risulti $|A\beta| \geq 1$ per garantire il funzionamento in condizioni differenti.
  - se $|A\beta|$ risulta di poco superiore all'unità, sebbene il dispositivo oscilli con difficoltà, l'onda prodotta risulta particolarmente pura;
  - se $|A\beta| \gg 1$, l'oscillazione è garantita, ma l'onda prodotta presenta una significativa distorsione.
- Come il progetto di un oscillatore richiede un compromesso per garantire l'instabilità, così il progetto di un circuito retroazionato con A.O. richiede dei compromessi per garantire la stabilità.

Condizione di stabilità

- Nel caso del progetto di un amplificatore, la fase non deve mai diventare pari a -180° in corrispondenza di un guadagno d'anello maggiore o uguale all'unità, altrimenti l'amplificatore oscilla.
- Il compromesso sorge nel bilanciamento tra guadagno e/o larghezza di banda e fase, poiché il metodo che produce una differenza di fase sicura tende a ridurre il guadagno o la banda passante dell'amplificatore.
- Spesso l'oscillazione non è il fattore limitante del progetto poiché, al crescere della fase, quando supera i -135°, nella risposta all'impulso diventano significativi l'*overshoot* e il *ringing*.

Determinazione grafica della stabilità

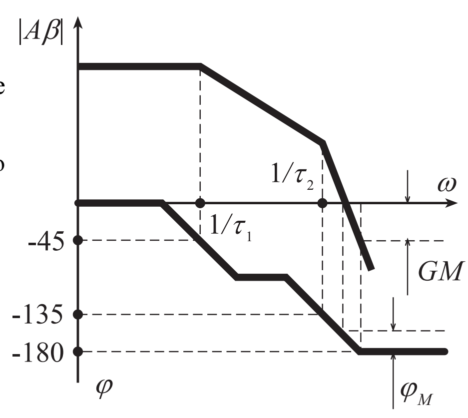
- La rappresentazione grafica del modulo $|A\beta|$ e della fase φ del guadagno d'anello sono in grado di fornire le informazioni sufficienti per determinare la stabilità ad anello chiuso del corrispondente amplificatore.
- Supponiamo che il guadagno d'anello possa esprimersi come:

$$A\beta = \frac{(A\beta)_0}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}$$

- Allora, dall'esame della rappresentazione di *Bode* è possibile ricavare delle grandezze che forniscono una misura della stabilità del sistema ad anello chiuso.

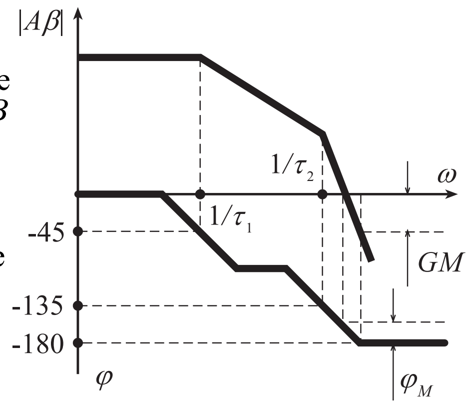
Margine di guadagno e margine di fase

- Si definisce *margine di guadagno* (*GM*) il valore di $|A\beta|$ in *dB* alla frequenza per la quale la fase φ vale -180°.
  - Se $GM < 0$, il margine di guadagno esprime di quanti *dB* si potrebbe aumentare $|A\beta|$ senza avere, in teoria, delle oscillazioni.
  - Se $GM \geq 0$ l'amplificatore è potenzialmente instabile.
- Si definisce *margine di fase* (φ_M), 180° meno la fase di $A\beta$ alla frequenza corrispondente alla quale $A\beta$=1, ovvero $|A\beta|_{dB}$=0.



Margine di guadagno e margine di fase

- Per ottenere una buona stabilità in un amplificatore lineare si richiede un margine di guadagno di almeno -20*dB* e un margine di fase di almeno 50°.
- L'amplificatore col diagramma di figura è stabile poiché $GM < 0$ tuttavia siccome φ_M è piccolo, la risposta all'impulso presenterà un elevato *overshoot* e *ringing*.

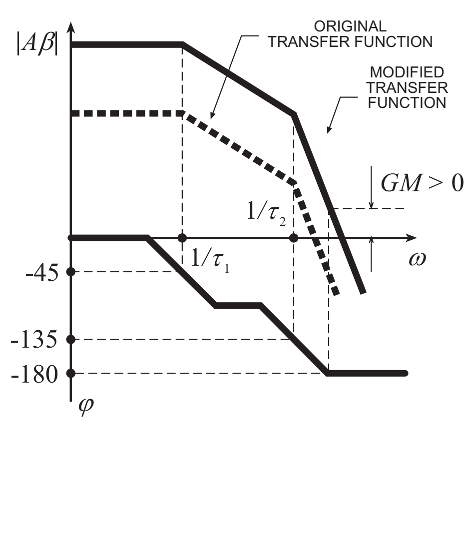


Stabilità di un sistema retroazionato: effetto dell'aumento del guadagno d'anello

- Supponiamo di aumentare il guadagno di anello in continua $(A\beta)_0$ di un fattore k in modo che risulti:

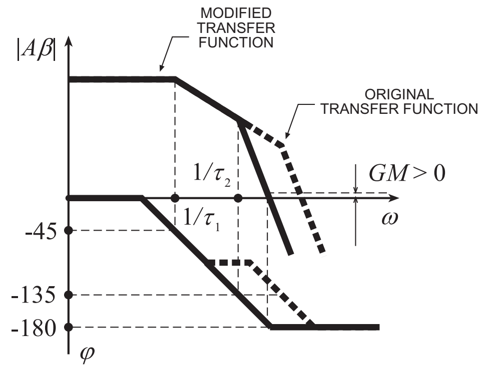
$$A\beta = \frac{k\left(A\beta\right)_0}{\left(1+\tau_1 s\right)\left(1+\tau_2 s\right)}$$

- Allora, sebbene il corrispondente amplificatore abbia una maggiore larghezza di banda, siccome $GM \geq 0$, non risulterà stabile.



Stabilità di un sistema retroazionato: effetto dell'avvicinamento dei poli

- Se la seconda frequenza di taglio $1/(2\pi\tau_2)$ viene avvicinata alla prima, il circuito guadagna differenza di fase prima rispetto al sistema stabile e, di conseguenza, diviene instabile.
- Si osservi che, mentre la posizione del punto a -45° resta invariata, il punto a -135° viene spostato verso quello a -45°, per cui la fase di -180° si raggiunge prima che il guadagno scenda sotto i 0*dB*.



Stabilità di un sistema retroazionato

- Dalle precedente considerazioni segue che:
  - *Solo per un sistema ad un singolo polo si può affermare con certezza che non diventerà mai instabile, siccome non può accumulare più di -90° di differenza di fase.*

- Ciò non implica che un A.O. compensato internamente in modo da agire in condizioni di polo dominante non possa diventare instabile, in quanto gli A.O. hanno sempre più di un polo, se non altro perché determinato dalle capacità parassite.

Determinazione della stabilità

- La determinazione della stabilità di un A.O. può essere dedotta dal confronto tra il guadagno ad anello chiuso A_F e il guadagno A.

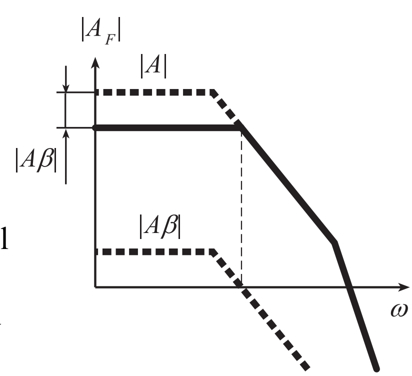
- Dalla relazione $A_F = \dfrac{A}{1+\beta A}$, nell'ipotesi $\beta A \gg 1$, segue:

$$\log A_F = \log A - \log\left(1+\beta A\right) \approx \log A - \log \beta A$$

- Allora risulta $\log \beta A \approx \log A - \log A_F$.

Determinazione della stabilità

- D'altra parte, il circuito è stabile se alla frequenza in cui $A\beta = 1$, la fase di $A\beta$ è superiore a -180°.
- Dalla relazione $\log\beta A \approx \log A - \log A_F$ segue che tale frequenza è quella relativa al punto di incontro tra il diagramma del guadagno ad anello chiuso e quello ad anello aperto.



Determinazione della stabilità

- Se $\beta \in \mathbb{R}$ e il sistema è a *fase minima* (assenza di zeri nel semipiano destro del piano complesso *s*) il guadagno e la fase sono dipendenti.

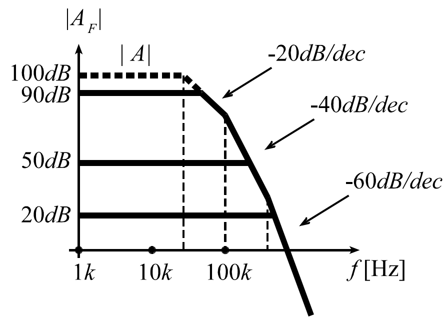
- Una pendenza del guadagno di -20 *dB/dec* comporta uno sfasamento crescente con la frequenza fino a raggiungere -90°; una pendenza di -40 *dB/dec* corrisponde ad uno sfasamento che aumenta con la frequenza fino a raggiungere un minimo di -180°; ecc..

Determinazione della stabilità

- Pertanto, per effetto di questo legame tra pendenza del grafico del guadagno e sfasamento possiamo concludere che:
  - *Un sistema è stabile se nel punto di intersezione tra la curva del guadagno ad anello aperto A e quella del guadagno ad anello chiuso A_F, la pendenza è inferiore a* -40 *dB/dec*.

Determinazione della stabilità: esempio

- Consideriamo un A.O. il cui guadagno ad anello aperto $|A|$è tratteggiato in figura.
- Se il guadagno A_F è portato a 90dB la banda diventa 70kHz; se A_F diventa 50dB la banda è 150kHz ma il circuito può diventare instabile siccome la curva del guadagno ad anello chiuso interseca quella del guadagno ad anello aperto in un punto in cui questa ha una pendenza di -40 dB/dec e a questa pendenza corrisponde uno sfasamento che può raggiungere i -180°.
- A maggior ragione è instabile il circuito relativo ad un guadagno ad anello chiuso di 20dB.



Caratteristiche di un amplificatore stabile

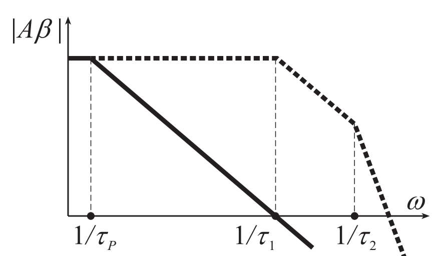
- Da tale esempio segue che con l'A.O. considerato è possibile realizzare amplificatori retroazionati con guadagni compresi tra 75dB e 100dB e con bande comprese tra 30kHz e 100kHz.
- Per ovviare a tali limitazioni si adottano opportune tecniche dette di *compensazione*.

Compensazione

- Tutti gli A.O. sono compensati, o internamente, per ridurre il tempo di progettazione dei circuiti, o esternamente per fornire al progettista un ulteriore grado di libertà.

Compensazione di polo dominante (*lag*)

- Questo metodo è generalmente usato per la compensazione interna degli A.O.
- Col diagramma d'anello di figura, i due poli possono accumulare sufficiente differenza di fase prima del punto a 0dB rendendo il sistema instabile.
- Sebbene la posizione dei poli non possa essere modificata, situando un polo alla frequenza $1/(2\pi\tau_P)$ in modo che il punto a 0dB coincida col primo polo, si ottiene un margine di fase di 45°.
- Ciò riduce la banda passante che può essere eventualmente aumentata, compatibilmente alle esigenze di stabilità, spostando il polo $1/(2\pi\tau_P)$ verso frequenze maggiori. Per tale motivo questo approccio è adoperato solo internamente agli A.O. in cui non ci sono esigenze di banda elevata ed è richiesta una grande immunità al rumore



Compensazione del guadagno (*gain*)

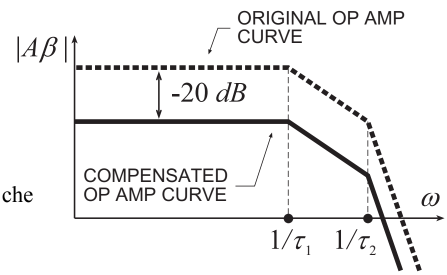
- Questo metodo prevede la modifica del guadagno dell'A.O. retroazionato.
- Consideriamo, per esempio, un A.O. in configurazione invertente di guadagno unitario, allora R_1/R_2=1 e il guadagno d'anello vale:

$$A\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}A_0 = \frac{A_0}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{A_0}{2}$$

- Supponiamo di aumentare il guadagno in modo che R_1'/R_2'=9 allora:

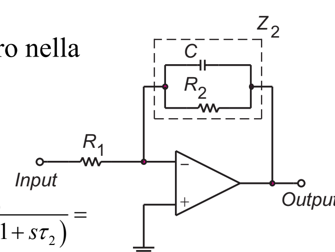
$$(A\beta)' = \frac{R_1'}{R_1'+R_2'}A_0 = \frac{A_0}{1+\frac{R_2'}{R_1'}} = \frac{A_0}{10} = \frac{A\beta}{5}$$

- Cioè il guadagno d'anello si è ridotto di circa 14*dB* e il circuito è diventato stabile. Il metodo si applica ad entrambe le configurazioni per guadagni ad anello chiuso ≤1.



Compensazione di polo (*lead*)

- Questo metodo prevede l'introduzione di uno zero nella f.d.t. in maniera da eliminare un polo.
- Consideriamo il circuito di figura, risulta:



$$\beta A = \frac{R_1}{R_1+Z_2}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = \frac{R_1}{R_1+\frac{R_2}{1+sCR_2}}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} =$$

$$= \frac{R_1(1+sCR_2)}{R_1+R_2+sCR_1R_2}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = \frac{R_1}{R_1+R_2}\frac{1+sCR_2}{1+sC\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

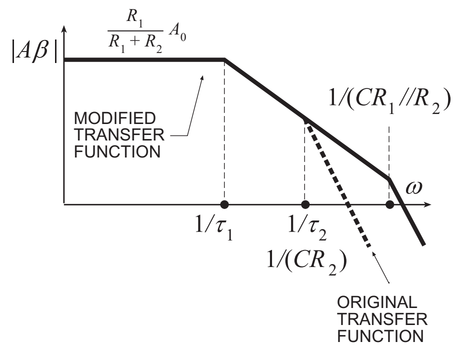
- Quindi il condensatore C introduce uno zero, CR_2, e un polo, $C(R_1//R_2)$ e siccome $R_2 > R_1//R_2$, allora la frequenza del polo sarà maggiore di quella dello zero ($1/\tau_P > 1/\tau_Z$).

Compensazione di polo (*lead*)

- Se lo zero è situato correttamente può cancellare il polo τ_2 e la relativa fase; in particolare, se $CR_2 \equiv \tau_2$, il polo viene cancellato e il diagramma per $\omega \geq 1/\tau_2$ prosegue con pendenza di -20*dB*/*dec* sino al polo $1/C(R_1//R_2)$ in cui la pendenza diviene -40*dB*/*dec*.
- In questo caso il guadagno ad anello chiuso è $-Z_2/R_1$, ovvero:

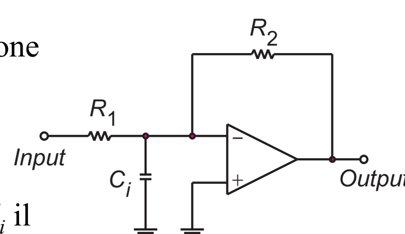
$$A_F = -\frac{Z_2}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+sCR_2}$$

- Tale compensazione introduce quindi una limitazione di banda del complessivo amplificatore.



Compensazione della capacità parassita

- In alcune circostanze la compensazione è imposta a causa delle capacità parassite prodotte dal *layout* del dispositivo.
- Per effetto della capacità parassita C_i il guadagno d'anello diventa:



$$\beta A = \frac{Z_1}{Z_1+R_2}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = \frac{\frac{R_1}{1+sC_iR_1}}{\frac{R_1}{1+sC_iR_1}+R_2}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} =$$

$$= \frac{R_1}{R_1+R_2}\frac{1}{1+sC_i\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

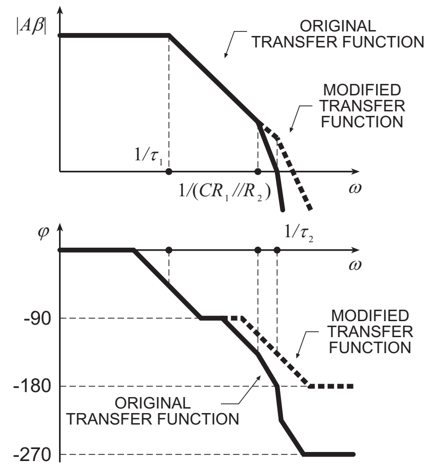
Compensazione della capacità parassita

- Se il polo $1/C_i(R_1//R_2)$ è prossimo a $1/\tau_2$, il circuito risulterà instabile.
- Supponiamo di collegare in parallelo alla resistenza R_2 un condensatore C, il guadagno d'anello si modifica come:

$$\beta A = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} =$$

$$= \frac{\dfrac{R_1}{1+sC_iR_1}}{\dfrac{R_1}{1+sC_iR_1}+\dfrac{R_2}{1+sCR_2}}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} =$$

$$= \frac{R_1}{R_1+R_2}\frac{1+sCR_2}{1+s(C+C_i)\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

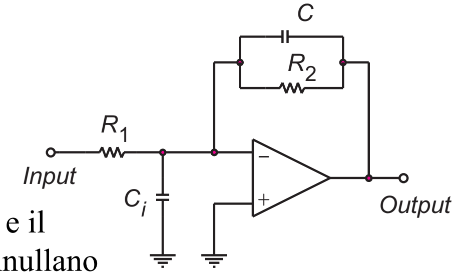


Compensazione della capacità parassita

- Se risulta

$$CR_2 \equiv \frac{(C+C_i)R_1R_2}{R_1+R_2}$$

(ad esempio $R_2C \equiv R_1C_i$), lo zero e il polo del rapporto $Z_1/(Z_1+Z_2)$ si annullano reciprocamente e tale rapporto diviene indipendente dalla frequenza.



- Si osservi che in questa maniera le impedenze Z_1 e Z_2 agiscono come un partitore compensato.