Università degli Studi di Lecce

Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea in Ingegneria Informatica Teledidattica

Progetto di un amplificatore a BJT nella configurazione CE-CB e confronto con un amplificatore a BJT nella configurazione CE alle alte frequenze

Materia : ELETTRONICA1 Docente: Prof. Marco PANAREO Studente: Luigi QUARANTA

Introduzione

Nelle principali configurazioni di un amplificatore a singolo stadio, il guadagno di tensione dipende dalla resistenza di carico dello stadio stesso (resistenza R_C per uno stadio CE con e senza resistenza sull'emettitore, resistenza R_C per uno stadio CB e resistenza R_e per uno stadio CC). Il valore di tale resistenza però, non può essere scelto arbitrariamente ed indipendentemente da altri fattori perché ciò ne potrebbe influenzare, per esempio, la polarizzazione. Di conseguenza, l'amplificazione che si ottiene può non essere soddisfacente per gli obiettivi prefissati così come possono risultare inadeguati i valori per l'impedenza di ingresso e di uscita. Per ovviare a queste limitazioni, si ricorre spesso al collegamento di più stadi amplificatori in cascata dove il segnale d'uscita di uno stadio costituisce il segnale di amplificazione costituito da due soli stadi in cascata.



Figura 1 Schematizzazione di due amplificatori in cascata.

In particolare, si farà riferimento ad una configurazione CE-CB (*cascode*) il cui scopo principale è quello di assicurare un certo guadagno di tensione su un intervallo di frequenze più ampio di quello tipico del semplice stadio CE con resistenza sull'emettitore. Si dimostrerà, quindi, che la *banda passante* di questo amplificatore è più ampia di quella ottenibile con il corrispondente stadio CE con resistenza sull'emettitore. Si dimostrerà, inoltre, che tale configurazione è praticamente equivalente, per quanto riguarda il guadagno a centro banda, a quella ad emettitore comune con resistenza sull'emettitore a parità di resistenza di carico. Per raggiungere tali obiettivi, si seguiranno i seguenti passi:

- 1. studio della configurazione common-base;
- 2. progetto di un amplificatore CE-CB;
- 3. calcolo della frequenza di taglio superiore f_H e determinazione della banda passante di una configurazione CE-CB;
- 4. confronto tra la configurazione CE e la configurazione CE-CB in alta frequenza;
- 5. conclusioni.

Si inizia, quindi, con lo studio di una configurazione CB.

1- Studio di una configurazione Common Base

Lo schema circuitale di un amplificatore a BJT nella configurazione a base comune è rappresentato in fig. 1.1. Sorgente e carico sono accoppiati allo stadio amplificatore attraverso le capacità C_{a1} e C_{a2} rispettivamente, la capacità C_b funge invece da capacità di by-pass ponendo dinamicamente a massa la base. Il segnale applicato quindi tra emettitore e base viene prelevato in uscita tra collettore e base, la configurazione risulta pertanto dinamicamente a base comune *(common base)*.



Figura 1.1 Stadio amplificatore a base comune.

Le fig. 1.2 e 1.3 riportano rispettivamente il circuito statico e quello dinamico, si noti in quest'ultimo l'assenza di R_1 ed R_2 entrambe cortocircuitate da C_b . Sostituendo al BJT il corrispondente modello per piccolo segnale per basse frequenze si ottiene, infine, il circuito dinamico rappresentato in fig. 1.4.



Figura 1.2 Circuito statico

Figura 1.3 Circuito dinamico



Figura 1.4 Circuito equivalente per l'amplificatore a base comune.

Si può procedere ora al calcolo delle amplificazioni in tensione e corrente ed al calcolo delle impedenze di ingresso e uscita.

Guadagno di corrente A_i

Con riferimento all'amplificatore di fig. 1.4, si definisce guadagno di corrente A_i il rapporto tra la corrente di uscita i_o e la corrente di ingresso i_i :

$$A_i \equiv \frac{i_o}{i_i}$$

La corrente di uscita i_o la si può scrivere nel seguente modo:

 $i_0 = g_m \cdot v_{be}$

Applicando la LKC al nodo "a" si ottiene la seguente espressione per la corrente i_i:

$$\dot{i}_i + g_m \cdot v_{be} + \left(\frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_e}\right) \cdot v_{be} = 0$$

in definitiva si ottiene che:

$$A_{i} = \frac{i_{o}}{i_{i}} = -\frac{g_{m}}{g_{m} + \frac{1}{r_{\pi}} + \frac{1}{R_{e}}} \approx -1 \qquad \text{se } r_{\pi} \text{ ed } R_{e} \text{ sono molto elevate.}$$

Il guadagno di corrente A_i è comunque inferiore all'unità.

Resistenza d'ingresso R_i

La resistenza R_s della fig. 1.4 rappresenta la resistenza interna del generatore di segnale. La resistenza vista guardando dentro l'amplificatore, attraverso i terminali *a* ed θ , è la *resistenza di ingresso* R_i dell'amplificatore e vale:

$$R_i \equiv \frac{v_{in}}{i_i}$$

dalla maglia di ingresso si evince che:

$$v_{in} = -v_{be}$$

e quindi segue che:

$$R_i = -v_{be}/i_i$$

Applicando la LKC al nodo "a" si ottiene la seguente espressione per la corrente i_i:

$$\dot{i}_i + g_m \cdot v_{be} + \left(\frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_e}\right) \cdot v_{be} = 0 \quad \rightarrow \dot{i}_i = -\left(g_m + \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_e}\right) \cdot v_{be}$$

ed in definitiva, la resistenza di ingresso R_i si può scrivere nel seguente modo:

$$R_i = \frac{1}{g_m + \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_e}} \approx \frac{1}{g_m} \qquad \text{se } r_{\pi} \text{ ed } R_e \text{ sono molto elevate.}$$

La resistenza d'ingresso R_i è comunque molto piccola.

Guadagno di tensione A_v

Il rapporto tra tensione di uscita v_{out} e tensione di ingresso v_{in} è il guadagno di tensione intrinseco A_v dello stadio di amplificazione. Se si indica con R_t il parallelo tra R_C ed R_L , si ottiene che:

$$v_{out} = -g_m \cdot v_{be} \cdot R_t = -i_o \cdot R_t$$

dove i_o è la corrente di uscita dello stadio amplificatore.

$$v_{in} = R_i \cdot i_i$$

dove R_i ed i_i sono rispettivamente la resistenza e la corrente di ingresso dello stadio amplificatore. Il guadagno di tensione intrinseco A_v si può quindi esprimere in funzione di A_i ed R_i come indicato nella relazione seguente:

$$A_{v} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_{t} \cdot i_{o}}{R_{i} \cdot i_{i}} = -\frac{R_{t}}{R_{i}} \cdot A_{i} = -R_{t} \cdot g_{m}$$

Guadagno di tensione complessivo A_{vs}

Prima di ricavare l'espressione che fornisce il guadagno di tensione complessivo A_{vs} occorre determinare il coefficiente di attenuazione del circuito d'ingresso α , per fare ciò, si fa riferimento alla fig. 1.5 in cui è raffigurato il circuito d'ingresso dell'amplificatore:



Figura 1.5 Circuito d'ingresso dell'amplificatore di fig. 1.4

il *coefficiente di attenuazione del circuito d'ingresso* α è così definito:

$$\alpha = \frac{v_{in}}{v_s} = \frac{\frac{R_i}{R_i + R_s}v_s}{v_s} = \frac{R_i}{R_i + R_s}$$

si evince dalla relazione precedente che, affinché l'attenuazione all'ingresso non sia eccessiva, occorre che la resistenza R_s sia molto più piccola della resistenza d'ingresso R_i dello stadio amplificatore.

Quindi, il guadagno di tensione complessivo A_{vs} sarà espresso attraverso la seguente relazione:

$$A_{vs} = \frac{v_{out}}{v_s} = \frac{v_{out}}{v_{in}} \cdot \frac{v_{in}}{v_s} = A_v \cdot \alpha = \frac{R_i}{R_i + R_s} \cdot A_v = -\frac{R_t \cdot A_i}{R_i + R_s} \approx \frac{R_t}{\frac{1}{g_m} + R_s} \text{ se } R_e \gg 0 \text{ ed } r_{\pi} \gg 0$$

infatti per r_{π} ed R_e molto elevate si ha che $A_i \approx -1$ ed $R_i \approx \frac{1}{g_m}$.

Resistenza d'uscita Ro

In un circuito costituito da un solo stadio, la *resistenza d'uscita* R_o è la resistenza vista dal carico R_t . Per definizione R_o è ottenuta cortocircuitando il generatore segnale V_s , ponendo $R_t \rightarrow \infty$, applicando un generatore di prova v_o ai terminali d'uscita e valutando la corrente i_o erogata da questo. Si ha allora $R_o = v_o/i_o$. Per tale calcolo si fa riferimento alla fig. 1.6:



Figura 1.6 Circuito equivalente per il calcolo della resistenza d'uscita dell'amplificatore a base comune.

Da tale figura si ricava

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} = \frac{v_o}{g_m \cdot v_{be}} = \frac{v_o}{0} = \infty$$

la tensione v_{be} è sicuramente nulla in quanto è nulla la corrente i_b , infatti per verificarlo basta scrivere l'equazione alla maglia di ingresso. Dalla relazione precedente segue quindi che, la *resistenza d'uscita R'*_o dello stadio amplificatore comprendente anche l'effetto di R_c vale:

$$R'_o = R_o \parallel R_c = R_c$$

Da questi risultati appare chiaro che la configurazione CB non inverte la fase del segnale di ingresso e non fornisce amplificazione di corrente (infatti il guadagno di corrente A_i è quasi sempre inferiore all'unità), l'amplificazione di tensione intrinseca A_v è elevata ed uguale, in modulo, a quella della configurazione CE. Tuttavia, l'amplificazione complessiva A_{vs} dell'intero stadio è decisamente più bassa a causa del ridotto valore della resistenza d'ingresso. Questo tipo di circuito quindi, viene raramente impiegato come singolo stadio di amplificazione o come uno di più stadi uguali in cascata a causa della grande differenza che c'è tra il valore della resistenza d'ingresso e quello della resistenza d'uscita che esclude qualsiasi amplificazione. Usato invece in cascata ad altre configurazioni, come nel caso in cui lo stadio CB si trovi in cascata ad uno stadio CE con resistenza sull'emettitore (*cascode*), migliora le prestazioni della risposta in frequenza dell'intero amplificatore.

2- Progetto di uno stadio CE-CB (cascode)

L'amplificatore cascode con BJT è costituito da due stadi in cascata direttamente accoppiati, il primo dei quali è uno stadio CE con resistenza sull'emettitore, il secondo è un base comune. Si sceglie di voler progettare quindi uno stadio amplificatore in base alla configurazione circuitale rappresentata in fig. 2.1 :



Figura 2.1 Cascode a BJT: circuito elettrico.

Si inizia a fare qualche considerazione di natura analitica sulle caratteristiche dinamiche dello stadio amplificatore, in particolare si cerca di individuare delle relazioni che permettano di calcolare il *guadagno di corrente* A_i , *il guadagno di tensione intrinseco* A_v e le *resistenze di ingresso ed uscita*. Dal circuito elettrico di fig. 2.1 si può ricavare il corrispondente circuito dinamico, rappresentato in fig. 2.2, cortocircuitando la capacità di accoppiamento C_a e la capacità di by-pass C_b ed il generatore indipendente V_{cc}.



Figura 2.2 Circuito dinamico della configurazione cascode.

Si noti l'assenza di R₁ la quale è stata cortocircuitata da C_b, mentre R_B = R₂ || R₃.

Se a ciascun transistore viene sostituito il suo modello per piccolo segnale, si ottiene il circuito equivalente in bassa frequenza riportato nella fig. 2.3 attraverso il quale si possono calcolare facilmente le grandezze caratteristiche della configurazione.



Figura 2.3 Circuito equivalente in bassa frequenza della configurazione cascode.

Guadagno di corrente A_i

L'*amplificazione di corrente* A_i sarà semplicemente il prodotto delle amplificazioni di ciascuno stadio, infatti:

$$A_i = \frac{i_o}{i_1} = \frac{i_o}{i_2} \cdot \frac{i_2}{i_1} = A_{i2} \cdot A_{i1}$$

dove A_{i1} è il guadagno di corrente di uno stadio CE con resistenza sull'emettitore, A_{i2} è il guadagno di corrente di uno stadio CB.

Per valutare il guadagno di corrente A_{il} del primo stadio, si tenga conto del fatto che lo stadio CE (il primo stadio) è chiuso su di un piccolo carico (la *resistenza d'ingresso* R_{i2} di un CB, che da quanto visto in precedenza è molto piccola) e quindi si può supporre correttamente che la *resistenza d'uscita* R_{ol} dello stadio CE sia molto maggiore della resistenza d'ingresso R_{i2} del CB, per cui dalla fig. 2.3 segue che il guadagno di corrente A_{il} , si può scrivere nel seguente modo:

$$A_{i1} = \frac{i_2}{i_1} \approx \frac{g_{m1} \cdot r_{\pi 1} \cdot i_{b1}}{i_{b1}} = g_{m1} \cdot r_{\pi 1}$$

Il guadagno di corrente A_{i2} dello stadio CB in cascata, come visto in precedenza e come confermato dalla fig. 2.3, è prossimo all'unità; infatti dall'applicazione della LKC al nodo "a" segue che:

$$i_2 = \left(g_{m2} + \frac{1}{r_{\pi 2}}\right) \cdot v_{be2}$$

da cui si ha che:

$$A_{i2} = \frac{i_o}{i_2} = \frac{g_{m2} \cdot v_{be2}}{\left(g_{m2} + \frac{1}{r_{\pi 2}}\right) \cdot v_{be2}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{g_{m2} \cdot r_{\pi 2}}\right)} \approx 1$$

In definitiva, il guadagno di corrente A_i dell'intero stadio cascode sarà dato dalla seguente relazione:

$$A_i = \frac{i_o}{i_1} = A_{i1} \cdot A_{i2} \approx g_{m1} \cdot r_{\pi 1}$$

Resistenza d'ingresso R_i

Per il calcolo della *resistenza d'ingresso* R_i , che altro non è che la resistenza d'ingresso di un semplice stadio CE con resistenza sull'emettitore, applicando la LKT alla maglia evidenziata con un "*", segue evidentemente che:

$$v_{in} = r_{\pi 1} \cdot i_{b1} + \left[\operatorname{Re} \cdot \left(g_{m1} \cdot r_{\pi 1} + 1 \right) \right] \cdot i_{b1} \Longrightarrow R_i = \frac{v_{in}}{i_{b1}} = r_{\pi 1} + \operatorname{Re} \cdot \left(g_{m1} \cdot r_{\pi 1} + 1 \right) \approx \operatorname{Re} \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}$$

se $R_e\beta_o \gg r_\pi e$ se $\beta_o \gg 1$.

Guadagno di tensione A_v

L'*amplificazione di tensione* A_v può essere espressa facilmente, conoscendo A_i ed R_i , nel seguente modo:

$$A_{v} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_{c}}{R_{i}} \cdot A_{i} \approx -\frac{R_{c}}{R_{i}} \cdot A_{i1} \approx -\frac{R_{c}}{\operatorname{Re} \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}} \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1} = -\frac{R_{c}}{\operatorname{Re}}$$

Dalla relazione precedente si vede come il valore così ottenuto risulta essere quello di un semplice stadio ad emettitore comune con resistenza R_e sull'emettitore e con resistenza di carico R_c , proprio come si voleva dimostrare.

Guadagno di tensione complessivo A_{vs}

Per quanto riguarda l'attenuazione all'ingresso, facciamo riferimento al circuito d'ingresso dell'amplificatore cascode rappresentato nella fig. 2.4:



Figura 2.4 Circuito d'ingresso dell'amplificatore di fig. 2.3

Il coefficiente di attenuazione del circuito d'ingresso α , sarà così determinato:

$$\alpha = \frac{v_{in}}{v_s} = \frac{R_{i1}/R_B}{R_s + R_{i1}/R_B}$$
 dove come in precedenza si è posto che R_B = R₂ || R₃.

Il guadagno complessivo A_{vs} dell'intero stadio sarà dato quindi dalla seguente relazione:

$$A_{vs} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \alpha \cdot A_v = \frac{R_{i1}//R_B}{R_s + R_{i1}//R_B} \cdot A_v$$

Resistenza d'uscita Ro

La *resistenza d'uscita* R_o *dell'amplificatore* cascode, così come si evince dalla fig. 2.3, altro non è che la resistenza d'uscita di un semplice stadio CB, e quindi come visto nella sezione precedente a proposito della configurazione CB, si ha che:

$$R_o = \infty$$
.

Analizziamo ora quelle che sono le caratteristiche statiche di funzionamento di un amplificatore cascode. Per fare ciò, facciamo riferimento al suo circuito statico rappresentato in fig. 2.5.



Si scelgono i due transistori, $Q_1 e Q_2$, dello stesso tipo in modo tale che essi presentino caratteristiche simili, in particolare si avrà che $\beta \equiv \beta_1 = \beta_2$. Ci si pone anche, nell'ipotesi di poter trascurare le correnti di base $I_{B1} e I_{B2}$ rispetto alle correnti di collettore $I_{C1} e I_{C2}$ rispettivamente. Si può notare come $I_{C1} \equiv I_{E2}$, segue quindi che:

$$I_{E1} \approx I_{C1}$$
$$I_{E2} \approx I_{C2}$$

i due transistori presenteranno allora la stessa corrente di collettore $I_C \equiv I_{C1} = I_{C2}$, si può quindi pensare di poter polarizzare i due BJT con la stessa tensione $V_{CE} \equiv V_{CE1} = V_{CE2}$.

Si può supporre inoltre, che le correnti I_{B1} e I_{B2} siano pure trascurabili rispetto alla corrente I che fluisce nel partitore resistivo (R_1 , R_2 , R_3), quindi le resistenze R_1 , R_2 , R_3 sono in serie ed attraversate dalla stessa corrente:

$$I = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{1}$$

Figura 2.5 Circuito statico dell'amplificatore di fig. 2.1

Dall'applicazione della LKT alla maglia (I) segue che:

$$R_3 \cdot I - V_{BE1} - R_E \cdot I_{E1} = 0 \Longrightarrow R_3 \cdot I \approx V_{BE1} + R_E \cdot I_{C1}$$
(2)

Facendo riferimento alle maglie (I) e (II), si osserva che:

$$(R_2 + R_3) \cdot I - V_{BE2} - V_{CE1} - R_E \cdot I_{E1} = 0 \Longrightarrow (R_2 + R_3) \approx \frac{V_{CE1} + V_{BE2} + R_E \cdot I_{C1}}{I}$$
(3)

Attraverso le relazioni (2) e (3), una volta fissato il valore della corrente I, ed individuati i valori per le resistenze R_c ed R_e , è possibile determinare i valori delle resistenze R_2 ed R_3 . Note quest'ultime, attraverso la relazione (1), è possibile determinare invece il valore per la resistenza R_1 .

Per determinare le resistenze R_c ed R_e , si passa direttamente attraverso delle specifiche di progetto. Si noti che in tale contesto per i transistori non si useranno dei componenti reali, quindi non si farà riferimento a dei data-sheets, ma i valori dei parametri specifici saranno fissati a priori nelle specifiche di progetto. Le relative simulazioni con il simulatore PSpice saranno effettuate ricorrendo ai modelli per grande segnale per quanto riguarda l'analisi in DC e ai modelli per piccolo segnale per quanto riguarda l'analisi in AC.

Specifiche di progetto:

- $I_C \equiv I_{C1} = I_{C2} = 1 \text{ mA}$
- $V_{CE} \equiv V_{CE1} = V_{CE2} = 4.5V$
- |Av| = 4
- Frequenza di taglio inferiore $f_L = 100Hz$
- Vcc = 15V
- $\beta_0 \equiv \beta_1 = \beta_2 = \beta_{01} = \beta_{02} = 100$
- $V_{BE} \equiv V_{BE1} = V_{BE1} = 0.7V$
- $C_{\pi} \equiv C_{\pi 1} = C_{\pi 1} = 10 \text{pF}$
- $C_{\mu} \equiv C_{\mu 1} = C_{\mu 1} = 1 p F$

Dall'applicazione della LKT alla maglia esterna, quella cioè comprendente i due collettori, si ottiene che:

$$V_{CC} = R_{EIE} + 2V_{CE} + R_{CIC} \Longrightarrow \left(R_C + R_E\right) \approx \frac{V_{CC} - 2V_{CE}}{I_C} = R_T = 6k\Omega$$
(4)

essendo $I_E \approx I_C$.

Dalla relazione che fornisce il guadagno intrinseco di un amplificatore cascode, segue che:

 $\mathbf{R}_{\mathbf{c}} = \left| A_{v} \right| R_{e},$

che sostituita nella (4) fornisce il valore da attribuire alla resistenza Re, infatti:

$$\operatorname{Re} = \frac{RT}{1 + |A_{\nu}|} \approx 1.2k\Omega \tag{5}$$

La configurazione precedente stabilizza, inoltre, il punto di lavoro dei due BJT grazie alla resistenza R_E sull'emettitore di Q_1 la quale introduce una reazione negativa. Per stabilizzare il punto di lavoro rispetto a variazioni della V_{BE} dovute a variazioni della temperatura, si deve imporre che:

$$V_E = R_E \cdot I_{E1} \approx R_E \cdot I_{C1} \ge 1V \tag{6}$$

condizione alla quale la resistenza R_E soddisfa pienamente essendo $I_{C1} = 1$ mA per ipotesi.

Il valore della resistenza R_c sarà determinato attraverso la relazione (4), infatti:

 $(R_C + R_E) = R_T \implies R_C \approx 4.8k\Omega$ il cui valore standard più prossimo è $R_C = 4.7k\Omega$

Essendo $I_C = 1$ mA e $\beta = 100$, segue che $I_{B1} \approx I_{B2} \approx 10 \mu$ A. Quindi la condizione secondo cui le correnti di base siano trascurabili rispetto alle corrispondenti correnti di collettori è verificata.

Si devono determinare ora, i valori per le resistenze R₁, R₂, R₃. Per prima cosa però si deve fissare un valore opportuno per la corrente I. Conviene scegliere un valore per la corrente I compreso tra $0.1 \cdot I_C$ ed $0.3 \cdot I_C$ per non assorbire un'eccessiva potenza dalla batteria di alimentazione V_{CC}. Si conviene allora di scegliere una corrente I pari a circa $0.2 \cdot I_C$ e quindi $I \approx 200 \ \mu A$. Per tale valore della corrente I la condizione $I_B \ll I$ è verificata. Dalla relazione (1) segue che:

$$R_1 + R_2 + R_3 \approx \frac{V_{CC}}{I} \approx 75k\Omega$$

dalla relazione (3) segue che:

 $R_2 + R_3 \approx 32k\Omega \Rightarrow R_1 \approx 43k\Omega$ il cui valore standard più prossimo è $R_1 \equiv 39k\Omega$

dalla relazione (2) segue che:

$$R_3 \approx \frac{V_{BE1} + R_E \cdot I_{C1}}{I} \approx 9.5 k\Omega \Rightarrow R_2 \approx 22.5 k\Omega$$
 i cui corrispondenti valori standard più prossimi

sono $R_2 \equiv 22k\Omega$ ed $R_3 \equiv 10k\Omega$.

Per verificare la correttezza di questi valori, si effettuano una serie di simulazioni con il simulatore PSpice. Si effettua da prima la simulazione del circuito statico per verificare se i valori delle tensioni e delle correnti di polarizzazione dei due BJT sono quelli indicati nelle specifiche di progetto. Per tale simulazione, come già detto in precedenza, si rappresenteranno i due BJT con il modello equivalente per grande segnale, per cui il circuito statico di fig. 2.5 verrà simulato con PSpice in base alla configurazione circuitale di fig. 2.6.

La simulazione, ha fornito valori che confermano il corretto dimensionamento del circuito di fig. 2.5 infatti:

- $I_{C1} \approx I_{C2} \approx 1 \text{mA}$
- $I_{B1} \approx I_{B2} \approx 10 \mu A$
- $I \approx 200 \mu A$
- $V_{CE1} \approx V_{CE2} \approx 4.5V$, come confermato in fig. 2.7.



Figura 2.6 Circuito statico di fig. 2.5 simulato con PSpice.



Figura 2.7 Risultato della simulazione, si nota che VCE1 \approx 4.5V e VCE2 \approx 4.3V

Si effettua ora, la simulazione del circuito dinamico di fig. 2.3 per verificare che l'amplificatore cascode fornisca un'amplificazione circa pari a 4 (\approx 12dB). Tale circuito verrà simulato con PSpice in base alla configurazione circuitale di fig. 2.8.

In corrispondenza di una corrente di collettore I_C pari a circa 1mA, di una temperatura di lavoro pari a circa 20°C, e quindi di una $V_T \approx 25 \text{mV}$, possiamo determinare i parametri del modello per piccolo segnale dei due BJT:

$$gm1 = \frac{I_{C1}}{V_T} \approx 0.0418 \frac{A}{V}, \qquad r_{\pi 1} = \frac{\beta_{01}}{g_{m1}} \approx 2.4 k\Omega,$$

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} \approx 0.04136 \frac{A}{V}, \qquad r_{\pi 2} = \frac{\beta_{02}}{g_{m2}} \approx 2.4 k\Omega,$$

e quindi possiamo porre che

$$g_m \equiv g_{m1} \approx g_{m2} = 0.0418 \,\Omega^{-1}$$
, $r_\pi \equiv r_{\pi 1} \approx r_{\pi 2} = 2.4 k \Omega$

Il guadagno a centro banda attraverso la rappresentazione di Bode è invece rappresentato in fig. 2.9. A tal proposito si noti come il guadagno si attesta intorno ai 11.383dB che corrisponde ad un guadagno in scala decimale di circa 3.7, tale valore differisce da quello indicato nelle specifiche di progetto per meno del 10%, un errore trascurabile quindi. Inoltre, il fatto di aver scelto una sorgente di segnale V_s con resistenza interna $R_s = 100\Omega$, non influenza di molto il guadagno complessivo, in quanto l'impedenza di ingresso dell'amplificatore è circa 120k Ω in base alla relazione individuata in precedenza, un'impedenza quindi molto alta, per cui l'attenuazione all'ingresso è al quanto minima. Tale valore di impedenza è confermato da PSpice inserendo un generatore di tensione di prova V₁ (vsrc) e calcolando il rapporto tra la tensione V(vinput) e la corrente I(V₁) così come evidenziato nelle fig. 2.10 e 2.11.



Figura 2.8 Circuito dinamico di fig. 2.3 simulato con PSpice.



Figura 2.9 Risposta in frequenza a centro banda dell'amplificatore di fig. 2.3.



Figura 2.10 Circuito per il calcolo dell'impedenza d'ingresso dell'amplificatore di fig. 2.8.



Figura 2.11 Impedenza d'ingresso dell'amplificatore di fig. 2.8.

Bisogna dimensionare ora il condensatore di accoppiamento C_a ed il condensatore di by-pass C_b . La frequenza di taglio inferiore f_L può essere determinata attraverso il metodo delle costanti di tempo in base alla seguente espressione:

$$f_L \approx \frac{\omega_L}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi} \sum_k \frac{1}{R_{sk} \cdot C_k}$$

dove R_{sk} è la resistenza vista ai terminali del k-esimo condensatore C_k con tutti gli altri condensatori cortocircuitati.

Si comincia a valutare la resistenza R_{sa} vista ai terminali del condensatore C_a con il condensatore C_b di by-pass cortocircuitato. Per tale calcolo si fa riferimento alla fig. 2.12, da cui si evince che:

$$R_{sa} = R_s + \left(\frac{R_B}{R_s} \right) = R_s + \frac{R_B \cdot R_E \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}}{R_B + R_E \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}} \approx 6.6 k\Omega$$

risultato confermato dalla relativa simulazione con PSpice come si evince dalle fig. 2.13 e 2.14.



Figura 2.12 Circuito per il calcolo della resistenza R_{sa}.



Figura 2.13 Circuito di fig. 2.12 simulato con PSpice



Figura 2.14 Resistenza R_{sa} vista dal condensatore C_a

Si valuta ora la resistenza R_{sb} vista ai terminali del condensatore C_b con il condensatore C_{a1} di accoppiamento cortocircuitato. Per tale calcolo si fa riferimento alla fig. 2.15 da cui si evince che:

$$R_{sb} = R_1 / (R_2 + R_3 / R_s / R_{i1}) / R_{i2}$$
 dove $R_{i1} = R_i \approx R_E \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}$

Rimane da calcolare la resistenza R_{i2} che è la resistenza di ingresso al BJT Q₂.



Figura 2.15 Circuito per il calcolo della resistenza R_{sb} .

La resistenza R_{i2} la si può calcolare facendo riferimento alla fig. 2.16, nella quale è rappresentato il circuito equivalente al circuito di fig. 2.15 avendo eliminato la resistenza R_1 non necessaria al calcolo delle resistenza R_{i2} .



Figura 2.16 Circuito per il calcolo della resistenza R_{i2}.

Siccome $i_{c1} \approx i_{c2}$ e $i_{e1} \approx i_{e2}$ segue che $i_{b1} \approx i_{b2}$ e quindi si può scrivere che:

$$R_{i2} = \frac{v_o}{ib_2} \approx \frac{v_o}{ib_1} = \frac{v_o}{\frac{v_i}{R_{i1}}} \approx \frac{v_o}{\frac{v_i}{R_E \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}}} = v_o \cdot \frac{R_E \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1}}{v_i}$$

occorre determinare ora la tensione v_i , per fare ciò si fa riferimento alla fig. 2.17:



Supponendo i_{b1} , $i_{b2} \ll i_i$ si può scrivere la seguente relazione per la tensione v_i :

$$vi \approx R_{i1} / (R_s / R_3) \cdot \frac{v_o}{R_2 + R_{i1} / (R_s / R_3)}$$

e quindi, sostituendo nella relazione immediatamente precedente il valore della tensione v_i così trovato, si ottiene la seguente espressione per la resistenza R_{i2} :

$$R_{i2} = \frac{v_o}{ib2} = R_E \cdot g_{m1} \cdot r_{\pi 1} \cdot \frac{R_2 + R_{i1} / (R_s / R_3)}{R_{i1} / (R_s / R_3)}$$

\$\approx 26.78M\Omega\$

Figura 2.17 Circuito per il calcolo della tensione vi.

E quindi in definitiva la resistenza R_{sb} , vale:

$$R_{sb} = R_1 / (R_2 + R_3 / R_s / R_{i1}) / R_{i2} \approx 14 k \Omega$$

risultato confermato dalla relativa simulazione con PSpice come si evince dalle fig. 2.18 e 2.19.



Figura 2.18 Circuito di fig. 2.15 simulato con PSpice



Figura 2.19 Resistenza R_{sb} vista dal condensatore C_b

Si conviene di scegliere le due capacità in modo tale che la frequenza di taglio inferiore f_L dipenda quasi esclusivamente da una sola capacità, in particolare si dimensiona la capacità Ca in modo da ottenere la frequenza di taglio f_L desiderata. Si sceglie poi un valore di Cb che dia luogo ad una frequenza f_{Lb} molto più bassa rispetto a f_L , si pone perciò $f_{Lb} \approx f_L/100$. Quindi:

$$fL \approx \frac{1}{2\pi \cdot C_a \cdot R_{sa}} \Longrightarrow C_a = \frac{1}{2\pi \cdot fL \cdot R_{sa}} \approx 241 nF$$
$$fLb \approx \frac{1}{2\pi \cdot C_b \cdot R_{sb}} \le \frac{fL}{100} \Longrightarrow C_b \ge \frac{100}{2\pi \cdot fL \cdot R_{sb}} \approx 11 \mu F$$

Con tali valori si ottiene una frequenza di taglio inferiore $f_L \approx 100$ Hz così come conferma la simulazione con PSpice, a tal proposito si vedano le fig. 2.20 e 2.21.



Figura 20 Circuito per la determinazione della frequenza di taglio inferiore f_L.



Figura 2.21 Risposta in frequenza dell'amplificatore di fig. 2.3 con relativa frequenza di taglio inferiore f_L.

3- Calcolo della frequenza di taglio superiore f_H di una configurazione CE-CB

Si inizia ora lo studio alle alte frequenza dell'amplificatore cascode di fig. 2.1. Il corrispondente circuito equivalente alle alte frequenze è rappresentato in fig. 3.1.



Figura 3.1 Circuito equivalente in alta frequenza della configurazione cascole, si noti che $R_B = R_2 ||R_3|$.

La frequenza di taglio superiore f_H può essere determinata attraverso il metodo delle costanti di tempo in base alla seguente espressione:

$$f_H \approx \frac{\omega_H}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sum_h R_{oh} \cdot C_h}$$

dove R_{oh} è la resistenza vista ai terminali dell' h-esimo condensatore C_h con tutti gli altri condensatori sostituiti da circuiti aperti.

Il circuito per il calcolo delle resistenze $R_{\pi 1}$, $R_{\pi 2}$, $R_{\mu 1}$, $R_{\mu 2}$ è rappresentato in fig. 3.2.



Figura 3.2 Circuito per il calcolo delle resistenze $R_{\pi 1}$, $R_{\pi 2}$, $R_{\mu 1}$, $R_{\mu 2}$

Per determinare la resistenza $R_{\pi 1}$, si può così operare:

in primo luogo, si applica il Teorema di Thèvenin alla porzione di circuito posta alla destra del gruppo degli elementi $r_{\pi 1}$ e $C_{\pi 1}$ ottenendo il circuito rappresentato in fig. 3.3 dove $R'_s=R_s||R_B$. Successivamente si applica ai capi di $C_{\pi 1}$ un generatore di tensione $v_{\pi 1}$ di prova, la resistenza $R_{\pi 1}$ sarà determinata dal rapporto tra la tensione erogata dal generatore e la corrispondente corrente.



Figura 3.3 Circuito per il calcolo della resistenza $R_{\pi 1}$.

Applicando la LKT alla maglia esterna si ottiene che:

$$\operatorname{Re} \cdot g_{m1} \cdot v_{\pi 1} + \operatorname{Re} \cdot (ib_1 - i\pi_1) + v_{\pi 1} - R'_s \cdot (i\pi_1 - ib_1) = 0$$
$$(1 + \operatorname{Re} \cdot g_{m1}) \cdot v_{\pi 1} = (\operatorname{Re} + R'_s) \cdot i\pi_1 - (\operatorname{Re} + R'_s) \cdot ib_1 \qquad (1)$$

si noti che $ib_1 = \frac{vbe_1}{r_{\pi 1}} = \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi 1}}$, e quindi sostituendo nella (1) si ricava che:

$$(1 + \operatorname{Re} \cdot g_{m1}) \cdot v_{\pi 1} = (\operatorname{Re} + R'_s) \cdot i_{\pi 1} - (\operatorname{Re} + R'_s) \cdot \frac{v_{\pi 1}}{r_{\pi 1}}$$

in definitiva si ottiene che:

$$R_{\pi 1} = \frac{v_{\pi 1}}{i_{\pi 1}} = \frac{\text{Re+}R's}{1 + \text{Re}\cdot g_{m1} + \frac{\text{Re}}{r_{\pi 1}} + \frac{R's}{r_{\pi 1}}} = \frac{r_{\pi 1} \cdot (\text{Re+}R's)}{r_{\pi 1} \cdot (1 + \text{Re}\cdot g_{m1}) + (\text{Re+}R's)} \approx 25.6\Omega \quad (1')$$

risultato confermato dalla simulazione con PSpice come si evince dalle fig. 3.4 e 3.5.



Figura 3.4 Circuito per la determinazione della resistenza $R_{\pi 1}$.



Figura 3.5 Resistenza $R_{\pi 1}$ vista dal condensatore $C_{\pi 1}$.

Per determinare la resistenza $R_{\mu 1}$, si può così operare:

dalla fig. 3.2 si può notare come lo stadio CE sia chiuso su di un piccolo carico, l'impedenza di ingresso dello stadio CB, quindi il calcolo della $R_{\mu 1}$ può essere fatto facendo riferimento al circuito di fig. 3.6a, da cui poi applicando il Teorema di Miller per disaccoppiare la resistenza R_E , si giunge al circuito semplificato di fig. 3.6b.



Figura 3.6 (a) Circuito per il calcolo delle resistenze $R_{\mu l}$; (b) Circuito semplificato.

Applicando la LKT alla maglia esterna del circuito di fig. 3.6b si ottiene che:

$$\nu_{\mu} = \left[(R_1 + r_{\pi}) / / R'_s \right] \cdot i_{\mu} + R'_c \cdot i_c = \left[(R_1 + r_{\pi}) / / R'_s + R'_c \right] \cdot i_{\mu} + R'_c \cdot \beta_0 \cdot i_b$$
(2)

Applicando la LKT alla maglia di estrema sinistra di fig. 3.6b si ottiene che:

$$\left[\left(R_{1}+r_{\pi}\right)\right]\cdot ib-R's\cdot\left(i\mu-ib_{1}\right)=0 \Longrightarrow ib_{1}=\frac{R's}{R_{1}+r_{\pi}+R's}\cdot i\mu$$

sostituendo il valore di i_{b1} così trovato nella (2) si ottiene che:

$$v_{\mu} = \left[\left(\beta_0 \cdot \operatorname{Re} + r_{\pi} \right) / / R' s + R' c \right] \cdot i_{\mu} + \frac{\beta_0 \cdot R' c \cdot R' s}{\beta_0 \cdot \operatorname{Re} + r_{\pi} + R' s} \cdot i_{\mu}$$

da cui segue infine che:

$$R_{\mu 1} = \frac{\nu_{\mu}}{i_{\mu}} = \left(\beta_0 \cdot R_E + r_{\pi}\right) / / R's + R'c \cdot \left(1 + \frac{\beta_0 \cdot R's}{\beta_0 \cdot R_E + r_{\pi} + R's}\right) \approx 125.4\Omega \quad (2')$$

risultato confermato dalla simulazione con PSpice come si evince dalle fig. 3.7 e 3.8.



Figura 3.7 Circuito per la determinazione della resistenza R_{u1}.



Figura 3.8 Resistenza $R_{\mu 1}$ vista dal condensatore $C_{\mu 1}$.

Per determinare la resistenza $R_{\pi 2}$, si può così operare:

del primo stadio, quello nella configurazione CE con resistenza R_E , si può determinare l'equivalente di Thèvenin ai suoi morsetti d'uscita, il generatore equivalente di tensione con in serie la propria resistenza interna (in tale configurazione si ha che $R_{eq} = R_{o1} \approx \infty$) rappresenta la sorgente che alimenta lo stadio nella configurazione CB. La configurazione circuitale che si dovrà esaminare è, pertanto, quella indicata in fig. 3.9a che si riduce a quella di fig. 3.9b essendo $R_{eq} = R_{o1} \approx \infty$.



Figura 3.9 (a) Circuito per il calcolo delle resistenze $R_{\pi 2}$ e $R_{\mu 2}$; (b) Circuito semplificato.

Applicando un generatore di corrente i_t di prova ai capi $C_{\pi 2}$, così come evidenziato in fig. 3.10, si ottiene che:



 $v_t = r_{\pi 2} \cdot i_t + r_{\pi 2} \cdot \beta_0 \cdot i_{b2}$

 $ib_2 = \frac{v_{be2}}{r_{\pi 2}} = -\frac{v_t}{r_{\pi 2}}$ e sostituendo nella precedente segue che: $v_t = r_{\pi 2} \cdot i_t - r_{\pi 2} \cdot \beta_0 \cdot \frac{v_t}{r_{\pi 2}} \Longrightarrow R_{\pi 2} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{r_{\pi 2}}{1 + \beta_0} \approx 23.76\Omega$

risultato confermato dalla simulazione con PSpice come si evince dalle fig. 3.11 e 3.12.

Figura 3.10 Circuito finale per il calcolo della resistenza $R_{\pi 2}$.



Figura 3.11 Circuito per la determinazione della resistenza $R_{\pi 2}$.



Figura 3.12 Resistenza $R_{\pi 2}$ vista dal condensatore $C_{\pi 2}$.

Dalla fig. 3.9b si evince, immediatamente, come la resistenza $R_{\mu 2}$ vista ai capi del condensatore $C_{\mu 2}$, altro non è che la resistenza R_C . Infatti, applicando un generatore di corrente i_{μ} ai capi di $C_{\mu 2}$, la tensione v_{μ} che si preleva ai suoi capi si può scrivere nel seguente modo:

$$v_{\mu} = -R_c \cdot i_c = -R_c \cdot (\beta_0 \cdot i_{b2} - i_{\mu}) \quad \text{essendo } i_c = (\beta_0 \cdot i_{b2} - i_{\mu})$$

si vede immediatamente che $ib_2 = -\beta_0 \cdot ib_2 \Rightarrow ib_2 = 0$ e quindi, segue che:

$$R_{\mu 2} = \frac{v_{\mu}}{i_{\mu}} = R_c = 4.7 k\Omega$$

La *frequenza di taglio superiore* f_H in base a questi risultati sarà allora:

$$f_H = \frac{1}{2\pi \cdot \left(\tau_{\pi 1} + \tau_{\mu 1} + \tau_{\pi 2} + \tau_{\mu 2}\right)} \approx 30MHz$$

risultato confermato dalla simulazione con PSpice come si evince dalle fig. 3.13 e 3.14. Da tale simulazione si ricava anche la banda passante dell'intero amplificatore cascode.



Figura 3.13 Circuito per la determinazione della banda passante dell'amplificatore cascode.



Figura 3.14 Banda passante dell'amplificatore cascode, si noti $f_{\rm H}\,{\approx}\,37 MHz.$

4- Confronto tra la configurazione CE e la configurazione CE-CB in alta frequenza

Si effettua ora il confronto tra la configurazione cascode e la configurazione CE con resistenza sull'emettitore alle alte frequenze.

Si è dimostrato in precedenza (paragrafo 2) che la configurazione cascode è praticamente equivalente, per quanto riguarda il guadagno a centro banda, a quella ad emettitore comune con resistenza sull'emettitore a parità di resistenza di carico. Per effettuare il confronto alle alte frequenze, dal circuito dinamico dell'amplificatore cascode rappresentato in fig. 3.1, si isoli lo stadio CE e lo si chiuda sulla resistenza R_C di carico dell'amplificatore cascode, così come è rappresentato in fig. 4.1.



Figura 4.1 Circuito equivalente alle alte frequenze dello stadio CE, dove $R_B = R_2 || R_3$.

Il calcolo della resistenza R_{π} può essere svolto in maniera analoga a quanto fatto in precedenza per il calcolo della resistenza $R_{\pi 1}$, e quindi richiamando la formula (1') di pag. 22 possiamo scrivere che:

$$R_{\pi} = \frac{r_{\pi 1} \cdot (\text{Re} + R'_{s})}{r_{\pi 1} \cdot (1 + \text{Re} \cdot g_{m1}) + (\text{Re} + R'_{s})} \approx 25.6\Omega \quad \text{dove } \text{R'}_{\text{S}} = \text{R}_{\text{S}} \parallel \text{R}_{\text{B}}.$$

Il calcolo della resistenza R_{μ} può essere svolto in maniera analoga a quanto fatto in precedenza per il calcolo della resistenza $R_{\mu l}$, e quindi richiamando la formula (2') di pag. 24 possiamo scrivere che:

$$R_{\mu} = \left(\beta_0 \cdot R_E + r_{\pi}\right) / / R's + R_C \cdot \left(1 + \frac{\beta_0 \cdot R's}{\beta_0 \cdot R_E + r_{\pi} + R's}\right) \approx 5.180 k\Omega$$

La frequenza di taglio superiore della configurazione CE sarà quindi data dalla seguente espressione:

$$f_{HCE} = \frac{1}{2\pi \cdot (\tau_{\pi} + \tau_{\mu})} \approx 29 MHz$$

Attraverso una simulazione con PSpice, fig. 4.2 e fig. 4.3, ci si può rendere meglio conto dell'equivalenza a centro banda tra le due configurazioni amplificatrici.



Figura 4.2 Circuito dinamico di fig. 4.1 simulato con PSpice a centro banda.



Figura 4.3 Risposta in frequenza a centro banda dell'amplificatore di fig. 4.1.

Effettuando un'altra simulazione con PSpice, fig. 4.4 e fig. 4.5, ci si può meglio rendere conto di come le due configurazioni abbiano prestazioni diverse in alta frequenza..



Figura 4.4 Circuito per determinare la banda passante della configurazione CE tramite PSpice.



Figura 4.5 Banda passante di una configurazione CE, si noti che $f_{HCE} \approx 33$ MHz.

5- Conclusioni.

Attraverso l'uso del simulatore PSpice si vede in effetti, come l'amplificatore cascode presenti una banda passante più ampia di quella ottenuta con un singolo stadio CE e quindi si è dimostrato sperimentalmente che la *configurazione cascode è in grado di assicurare un certo guadagno di tensione su un intervallo di frequenze più ampio di quello tipico del semplice stadio CE con resistenza sull'emettitore.* In definitiva quindi, l'amplificatore cascode consente di raggiungere una frequenza di taglio f_H di valore molto elevato senza necessariamente compromettere il guadagno a centro banda, caratteristica questa che porta l'amplificatore CE-CB ad essere utilizzato soprattutto in campo radiotelevisivo. Riassumendo i dati sperimentali, si ha quindi che:

configurazione CE-CB (cascode):

- Guadagno a centro banda 11.383dB;
- Frequenza di taglio sup. pari a 37.141MHz.

Configurazione CE:

- Guadagno a centro banda 11.469dB;
- Frequenza di taglio sup. pari a 33.266MHz.