Introduzione

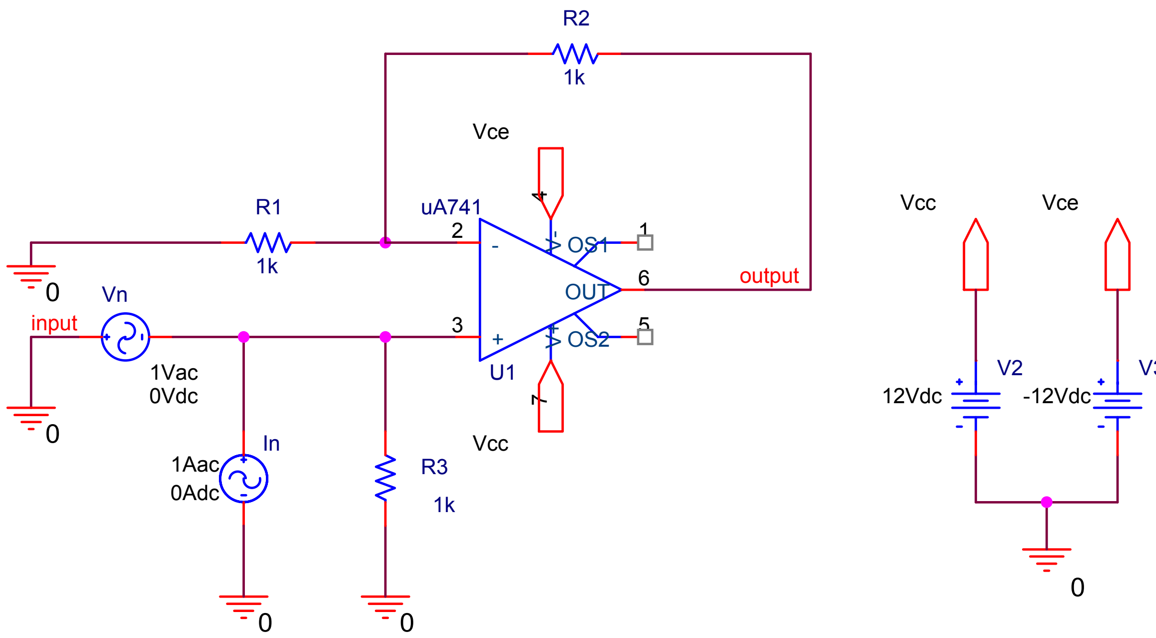
L'amplificatore può essere definito come il circuito che consente di ottenere, a una coppia di terminali di uscita, una replica amplificata del segnale elettrico applicato alla coppia di terminali d'ingresso, conservandone l'informazione contenuta, come ad esempio la forma d'onda.
Esistono tuttavia delle limitazioni nelle prestazioni di un amplificatore sia per l'amplificazione di segnali d'ingresso molto piccoli, sia per l'erogazione di segnali di uscita molto grandi.
In regime di segnali di ampiezza elevata entrano in gioco le nonlinearità della caratteristica del componente attivo utilizzato. Queste provocano la distorsione della forma d'onda di segnale, ponendo così un limite alla massima ampiezza di segnale erogabile dall'amplificatore con buona fedeltà di riproduzione.Il limite all'amplificazione di segnali debolissimi è posto dal rumore elettrico generato nei componenti dell'amplificatore, il quale si somma al segnale utile. Se l'ampiezza del segnale è piccola rispetto a quella del rumore, cioè se si ha un basso rapporto segnale-rumore, il segnale risulta mascherato dal rumore ad esso sovrapposto.

	BJT	FET	MOS	Unità di misura
$V_w = \sqrt{\overline{v}_w^2}$	2.5	13	9	nV/$\sqrt{Hz}$
$I_w = \sqrt{\overline{i}_w^2}$	400	2.8	0.6	fA/$\sqrt{Hz}$
$f_{cv} \approx f_{ci}$	3	1000	100	Hz

La tabella illustra le differenze, in termini di rumore, che ci sono tra tre componenti attivi. Il transistor bipolare è utilizzato alle basse frequenze (in continua) e in presenza di resistenze piccole perché introduce un basso rumore. Il FET o il MOS è invece utilizzato alle alte frequenze a seconda del valore delle resistenze, più grande rispetto a quello considerato in precedenza.

Rumore negli O.A. in configurazione non invertente

Rappresentiamo attraverso i generatori di rumore v_n e i_n il rumore complessivo generato dall'amplificatore operazionale in configurazione non invertente e dalle resistenze R_1, R_2, R_3.



Se l'ingresso è aperto risulta:

$$v_i^- = v_i^+ = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} = i_n R_3$$

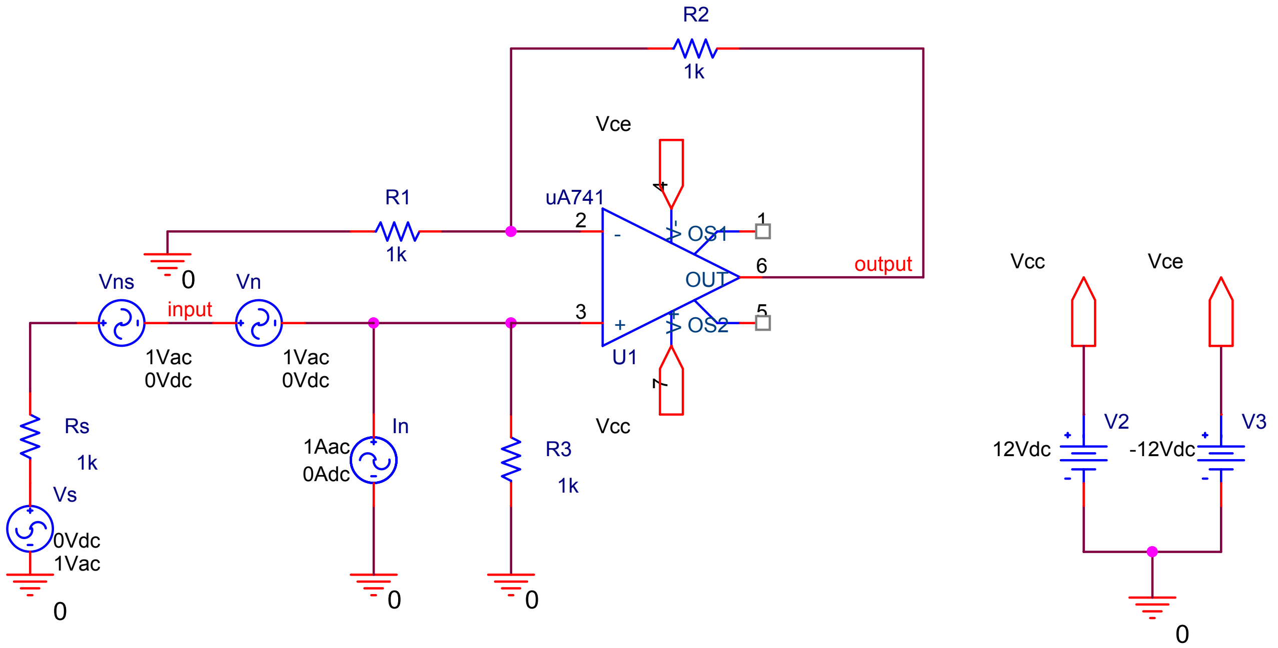
$$i_n = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_3} = \frac{v_o}{AR_3}$$

Dove $A = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1}$ è il guadagno dell'amplificatore considerato.

Se l'ingresso è cortocircuitato risulta:

$$v_n = i_n R_3 = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{v_o}{A}$$

Colleghiamo in ingresso un generatore v_s di resistenza interna R_s.

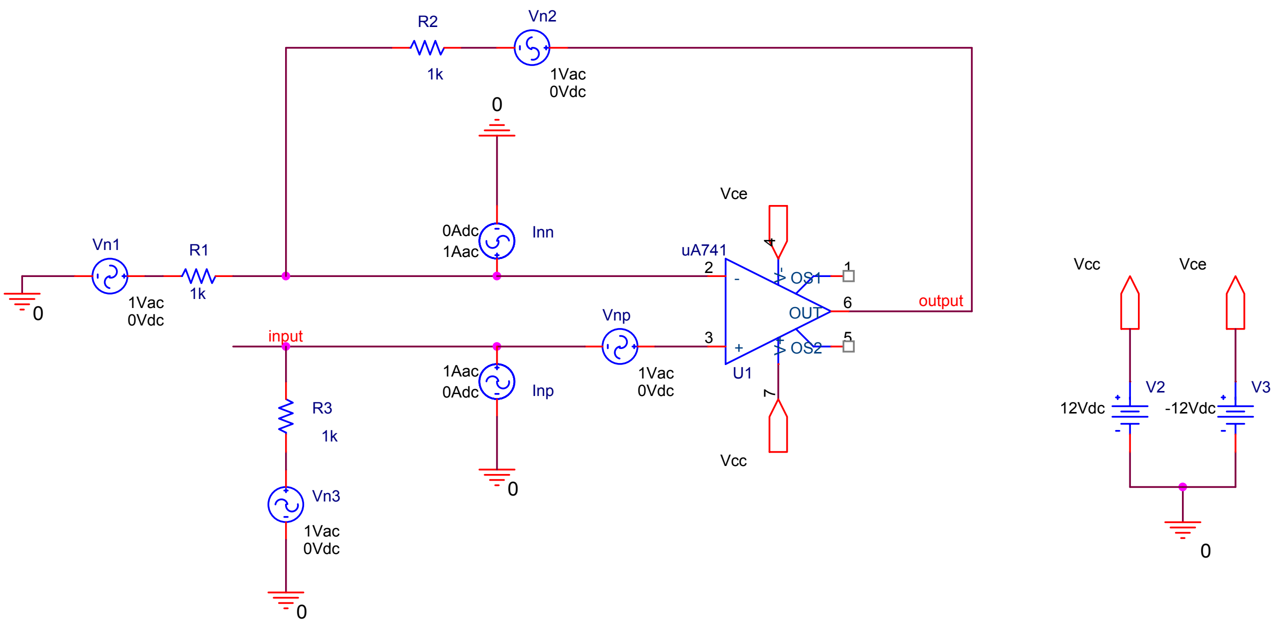


La tensione di rumore totale in uscita sarà:

$$\overline{v}_{no}^{2} = A^{2}\overline{v}_{nt}^{2} = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right)^{2}\left(\overline{v}_{ns}^{2} + \overline{v}_{n}^{2} + \overline{i}_{n}^{2} R_s^2 + 2R_s\gamma\sqrt{\overline{v}_{n}^{2}}\sqrt{\overline{i}_{n}^{2}}\right)$$

dove γ =1 perché i generatori di rumore i_n e v_n sono massimamente correlati cioè agiscono in fase tra di loro.

Per stabilire le espressioni di i_n e v_n consideriamo il seguente schema completo di tutte le sorgenti di rumore.



Per calcolare i_n applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti.
Se l'ingresso è aperto, in presenza di v_{n1} si ha:

$$\frac{v_o^I}{R_2} = -\frac{v_{n1}}{R_1}$$

$$v_o^I = -\frac{R_2}{R_1} v_{n1}$$

In presenza di v_{n2} solo:

$$v_o^{II} = v_{n2}$$

In presenza di v_{n3} si ha:

$$\frac{v_{n3}}{R_1} = \frac{v_o^{III} - v_{n3}}{R_2}$$

$$v_o^{III} = v_{n3} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_{n3} A$$

In presenza di v_{np} si ha:

$$\frac{v_{np}}{R_1} = \frac{v_o^{IV} - v_{np}}{R_2}$$

$$v_o^{IV} = v_{np} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_{np} A$$

In presenza di i_{nn}:

$$v_o^V = i_{nn} R_2$$

In presenza di i_{np}:

$$v_o^{VI} = i_{np} R_3 \frac{R_1 + R_2}{R_1} = i_{np} R_3 A$$

La tensione di uscita totale sarà:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_{n1} + v_{n2} + v_{n3} A + v_{np} A + i_{nn} R_2 + i_{np} R_3 A$$

Di conseguenza,la corrente equivalente di rumore sarà:

$$i_n = \frac{v_o}{AR_3} = -\frac{R_2}{R_1 AR_3} v_{n1} + \frac{v_{n2}}{AR_3} + \frac{v_{n3}}{R_3} + \frac{v_{np}}{R_3} + \frac{i_{nn} R_2}{AR_3} + i_{np}$$

Per minimizzare l'offset di corrente poniamo la resistenza R_3 pari al parallelo tra R_1 e R_2:

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{A}$$

Sostituendo nell'espressione precedente avremo:

$$i_n = -\frac{1}{R_1} v_{n1} + \frac{v_{n2}}{R_2} + \frac{v_{n3} A}{R_2} + \frac{v_{np} A}{R_2} + i_{nn} + i_{np}$$

Per calcolare v_n cortocircuitiamo l'ingresso:i generatori v_{n3} e i_{np} non hanno contributo.

In presenza di v_{n1} si ha:

$$\frac{v_o^I}{R_2} = -\frac{v_{n1}}{R_1}$$

$$v_o^I = -\frac{R_2}{R_1} v_{n1}$$

In presenza di v_{n2} solo:

$$v_o^{II} = v_{n2}$$

In presenza di v_{np} si ha:

$$\frac{v_{np}}{R_1} = \frac{v_o^{III} - v_{np}}{R_2}$$

$$v_o^{III} = v_{np} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_{np} A$$

In presenza di i_{nn}:

$$v_o^{IV} = i_{nn} R_2$$

La tensione di uscita totale sarà:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_{n1} + v_{n2} + v_{np} A + i_{nn} R_2$$

Di conseguenza,la tensione equivalente di rumore sarà:

$$v_n = \frac{v_o}{A} = -\frac{R_2}{AR_1} v_{n1} + \frac{v_{n2}}{A} + v_{np} + \frac{i_{nn} R_2}{A}$$

Ricaviamo il valore quadratico medio di v_n e di i_n.

$$\overline{v}_n^2 = \overline{v}_{n1}^2 \frac{R_2^2}{R_1^2 A^2} + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{A^2} + \overline{v}_{np}^2 + \frac{\overline{i}_{nn}^2 R_2^2}{A^2}$$

$$\overline{i}_n^2 = \frac{\overline{v}_{n1}^2}{R_1^2} + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{n3}^2 A^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{np}^2 A^2}{R_2^2} + \overline{i}_{nn}^2 + \overline{i}_{np}^2$$

La tensione di rumore totale in ingresso quando si applica un generatore v_s di resistenza interna R_s sarà:

$$\overline{v}_{nt}^2 = \overline{v}_{ns}^2 + \overline{v}_n^2 + \overline{i}_n^2 R_s^2 + 2R_s \sqrt{\overline{v}_n^2}\sqrt{\overline{i}_n^2} =$$

$$= \overline{v}_{ns}^2 + \frac{\overline{v}_{n1}^2 R_2^2}{R_1^2 A^2} + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{A^2} + \overline{v}_{np}^2 + \frac{\overline{i}_{nn}^2 R_2^2}{A^2} + R_s^2 \left[\frac{\overline{v}_{n1}^2}{R_1^2} + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{n3}^2 A^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{np}^2 A^2}{R_2^2} + \overline{i}_{nn}^2 + \overline{i}_{np}^2 \right] +$$

$$+ 2R_s \left[\frac{\overline{v}_{n1}^2 R_2}{R_1^2 A} + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{AR_2} + \frac{\overline{v}_{np}^2 A}{R_2} + \frac{\overline{i}_{nn}^2 R_2}{A} \right]$$

Raggruppiamo i termini analoghi

$$\overline{v}_{nt}^{2} = \overline{v}_{ns}^{2} + \overline{v}_{n1}^{2}\left(\frac{R_2^2}{R_1^2A^2} + \frac{R_s^2}{R_1^2} + \frac{2R_sR_2}{R_1^2A}\right) + \overline{v}_{n2}^{2}\left(\frac{1}{A^2} + \frac{R_s^2}{R_2^2} + \frac{2R_s}{R_2A}\right) + \overline{v}_{n3}^{2}\frac{R_s^2A^2}{R_2^2} + \overline{i}_{np}^{2}R_s^2 +$$

$$+ \overline{i}_{nn}^{2}\left(\frac{R_2^2}{A^2} + R_s^2 + \frac{2R_sR_2}{A}\right) + \overline{v}_{np}^{2}\left(1 + \frac{R_s^2A^2}{R_2^2} + \frac{2R_sA}{R_2}\right) =$$

$$= \overline{v}_{ns}^{2} + \overline{v}_{n1}^{2}\left(\frac{R_2}{R_1A} + \frac{R_s}{R_1}\right)^2 + \overline{v}_{n2}^{2}\left(\frac{1}{A} + \frac{R_s}{R_2}\right)^2 + \overline{v}_{n3}^{2}\frac{R_s^2\left(R_1 + R_2\right)^2}{R_1^2R_2^2} + \overline{i}_{np}^{2}R_s^2 +$$

$$+ \overline{i}_{nn}^{2}\left(\frac{R_2}{A} + R_s\right)^2 + \overline{v}_{np}^{2}\left(1 + \frac{R_sA}{R_2}\right)^2 =$$

$$= \overline{v}_{ns}^{2} + \overline{v}_{n1}^{2}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_s}{R_1}\right)^2 + \overline{v}_{n2}^{2}\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{R_s}{R_2}\right)^2 + \overline{v}_{n3}^{2}\frac{R_s^2\left(R_1 + R_2\right)^2}{R_1^2R_2^2} + \overline{i}_{np}^{2}R_s^2 +$$

$$+ \overline{i}_{nn}^{2}\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + R_s\right)^2 + \overline{v}_{np}^{2}\left(1 + \frac{R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1R_2}\right)^2 =$$

$$= \overline{v}_{ns}^{2} + \overline{v}_{n1}^{2}\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1(R_1 + R_2)}\right)^2 + \overline{v}_{n2}^{2}\left(\frac{R_1R_2 + R_s(R_1 + R_2)}{R_2(R_1 + R_2)}\right)^2 + \overline{v}_{n3}^{2}\frac{R_s^2\left(R_1 + R_2\right)^2}{R_1^2R_2^2} + \overline{i}_{np}^{2}R_s^2 +$$

$$+ \overline{i}_{nn}^{2}\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1 + R_2}\right)^2 + \overline{v}_{np}^{2}\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1R_2}\right)^2$$

Esplicitiamo i generatori di rumore

$$\frac{\overline{v}_{nt}^{2}}{\Delta f} = 4kTR_s + 4kTR_1\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1(R_1 + R_2)}\right)^2 + 4kTR_2\left(\frac{R_1R_2 + R_s(R_1 + R_2)}{R_2(R_1 + R_2)}\right)^2 + 4kTR_3\frac{R_s^2\left(R_1 + R_2\right)^2}{R_1^2R_2^2} +$$

$$+ \overline{i}_{w}^{2}\left(1 + \frac{f_{ci}}{f}\right)\left(R_s^2 + \left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1 + R_2}\right)^2\right) + \overline{v}_{w}^{2}\left(1 + \frac{f_{cv}}{f}\right)\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1R_2}\right)^2$$

La cifra di rumore sarà:

$$F = \frac{\overline{v}_{nt}^{2}}{\overline{v}_{ns}^{2}} = 1 + \frac{R_1}{R_s}\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1(R_1 + R_2)}\right)^2 + \frac{R_2}{R_s}\left(\frac{R_1R_2 + R_s(R_1 + R_2)}{R_2(R_1 + R_2)}\right)^2 + \frac{R_3}{R_s}\left(\frac{R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1R_2}\right)^2 +$$

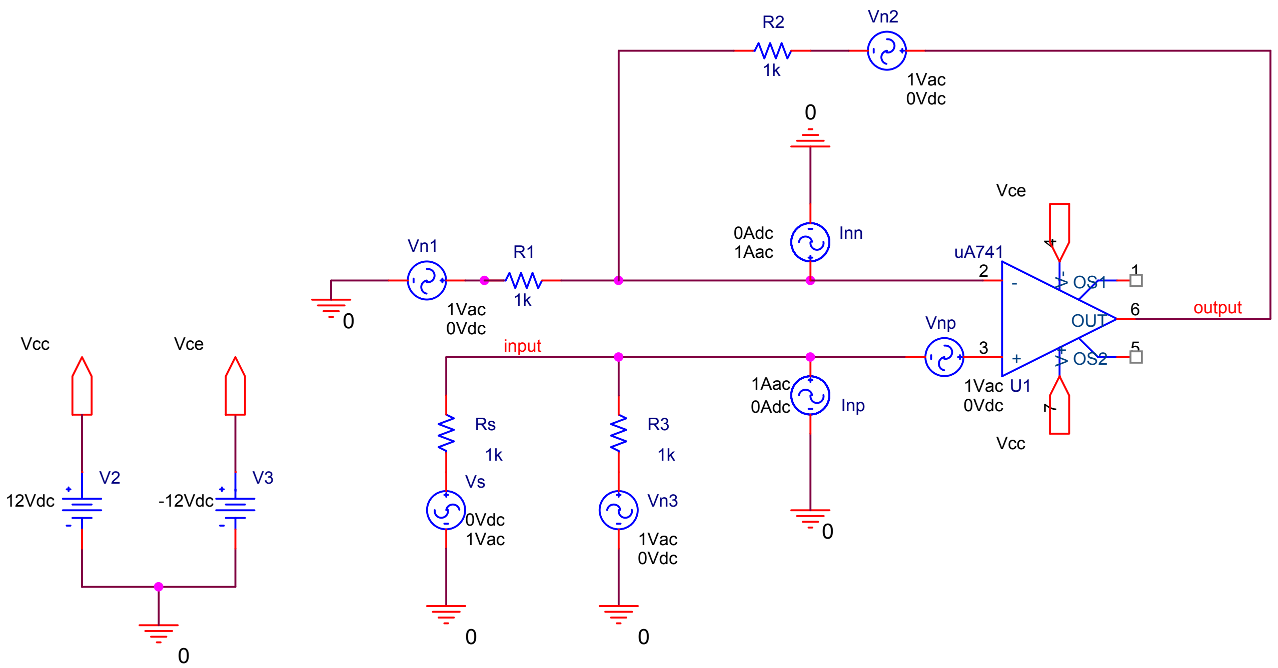
$$+ \frac{\overline{i}_{w}^{2}}{4kTR_s}\left(1 + \frac{f_{ci}}{f}\right)\left(R_s^2 + \left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1 + R_2}\right)^2\right) + \frac{\overline{v}_{w}^{2}}{4kTR_s}\left(1 + \frac{f_{cv}}{f}\right)\left(\frac{R_1R_2 + R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1R_2}\right)^2$$

Il primo termine rappresenta il contributo di rumore introdotto dal generatore di tensione applicato all'ingresso; i successivi tre termini rappresentano il contributo di rumore introdotto dalle resistenze mentre i restanti termini sono relativi al rumore introdotto dall'amplificatore.

Alternativamente la cifra di rumore può essere ricavata attraverso la seguente espressione:

$$F = 1 + \frac{N_e}{N_i}$$

dove N_e rappresenta il rumore in eccesso introdotto dal quadripolo e N_i rappresenta il rumore introdotto dal generatore di tensione applicato all'ingresso.



Dal precedente schema si ricavano le seguenti espressioni:

$$N_i = \overline{v}_{ns}^2 \left(\frac{R_3}{R_s + R_3} \right)^2 = 4kTR_s \left(\frac{R_1 R_2}{R_s (R_1 + R_2) + R_1 R_2} \right)^2$$

in cui si è posto R_3 uguale al parallelo tra R_1 e R_2 sempre per il problema dell'offset,

$$N_e = c_1 \overline{v}_{np}^2 + c_2 \overline{i}_{np}^2 + c_3 \overline{i}_{nn}^2 + c_4 \overline{v}_{n1}^2 + c_5 \overline{v}_{n2}^2 + c_6 \overline{v}_{n3}^2$$

Determiniamo il contributo di rumore di ciascuna sorgente.
Il contributo di v_{n1} sarà:

$$c_4 \overline{v}_{n1}^2 = 4kTR_1 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2$$

Il contributo di v_{n2} sarà:

$$c_5 \overline{v}_{n2}^2 = 4kTR_2 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2$$

Il contributo di v_{n3} sarà:

$$c_6 \overline{v}_{n3}^2 = 4kTR_3 \left(\frac{R_s}{R_s + R_3} \right)^2 = 4kTR_3 \left(\frac{R_s (R_1 + R_2)}{R_s (R_1 + R_2) + R_1 R_2} \right)^2$$

Il contributo di v_{np} sarà:

$$c_1\overline{v}_{np}^2 = \overline{v}_{np}^2 = \overline{v}_w^2\left(1+\frac{f_{cv}}{f}\right)$$

Il contributo di i_{np} sarà

$$c_2\overline{i}_{np}^2 = \overline{i}_{np}^2\left(\frac{R_s R_3}{R_s + R_3}\right)^2 = \overline{i}_{np}^2\left(\frac{R_s R_1 R_2}{R_s\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}\right)^2 = \overline{i}_w^2\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)\left(\frac{R_s R_1 R_2}{R_s\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}\right)^2$$

Il contributo di i_{nn} sarà

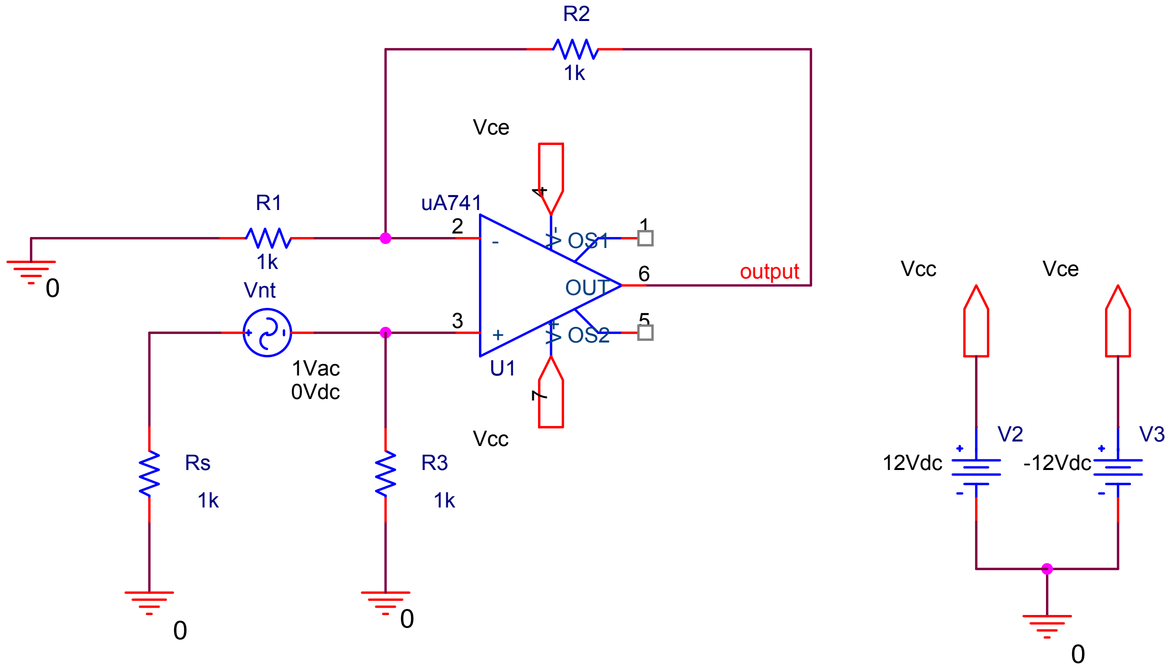
$$c_3\overline{i}_{nn}^2 = \overline{i}_{nn}^2\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 = \overline{i}_w^2\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$

La cifra di rumore sarà:

$$F = 1 + \frac{N_e}{N_i} = 1 + \frac{R_1}{R_s}\left(\frac{R_s\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}{R_1\left(R_1 + R_2\right)}\right)^2 + \frac{R_2}{R_s}\left(\frac{R_s\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}{R_2\left(R_1 + R_2\right)}\right)^2 + \frac{R_3}{R_s}\left(\frac{R_s\left(R_1 + R_2\right)}{R_1 R_2}\right)^2 +$$
$$+ \frac{\overline{v}_{np}^2}{4kTR_s}\left(1+\frac{f_{cv}}{f}\right)\left(\frac{R_s\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}{R_1 R_2}\right)^2 + \frac{\overline{i}_w^2}{4kTR_s}\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)R_s^2 +$$
$$+ \frac{\overline{i}_w^2}{4kTR_s}\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)\left(\frac{R_s\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2$$

Abbiamo ottenuto lo stesso risultato avuto con il precedente metodo.

La tensione di rumore all'uscita dell'amplificatore si determina partendo dal seguente schema:



$\overline{v}_{on}^2 = \overline{v}_{nt}^2 |A(f)|^2$

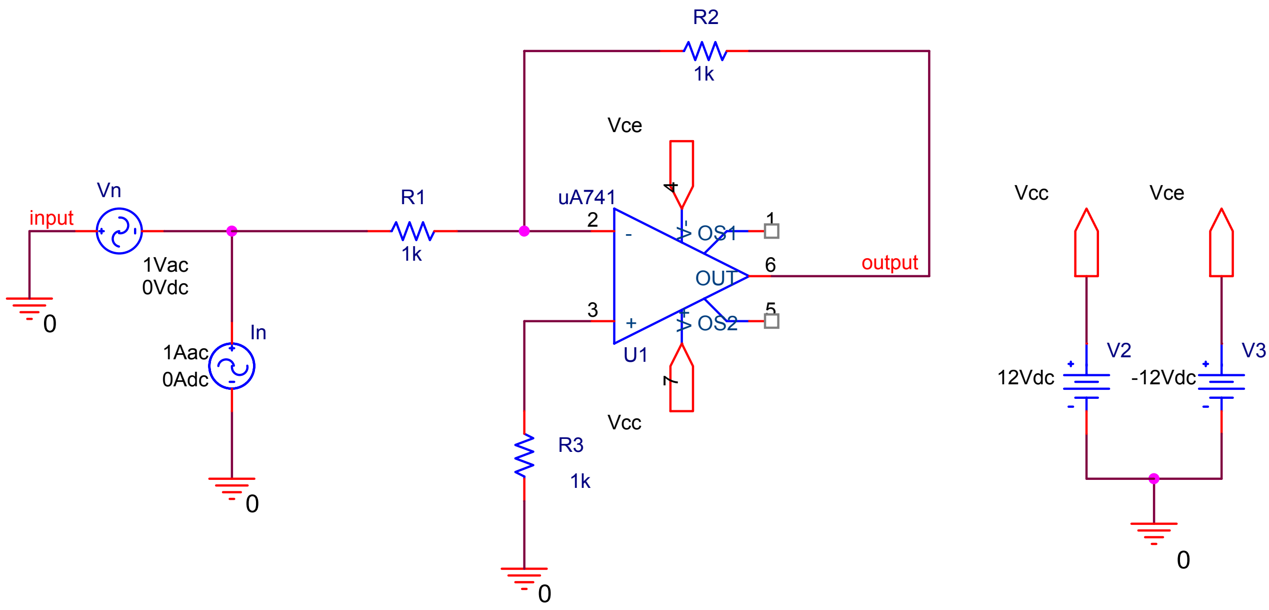
dove $A(f) = \dfrac{A_o}{1 + j\dfrac{f}{f_T}} = \left(\dfrac{R_1 + R_2}{R_1}\right)\dfrac{1}{1 + j\dfrac{f}{f_T}}$

Il valore efficace della tensione di rumore all'uscita,in un intervallo compreso tra le frequenze f_1 e f_2 (con $f_1 < f_2$) è:

$V_{on} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \overline{v}_{on}^2 df} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \overline{v}_{nt}^2 |A(f)|^2 \, df}$

Rumore negli O.A. in configurazione invertente

Rappresentiamo attraverso i generatori di rumore v_n e i_n il rumore complessivo generato dall'amplificatore operazionale in configurazione invertente e dalle resistenze R_1, R_2, R_3



Se l'ingresso è aperto risulta:

$$v_i^- = v_i^+ = 0$$

$$i_1 = i_2 = \frac{v_o}{R_2}$$

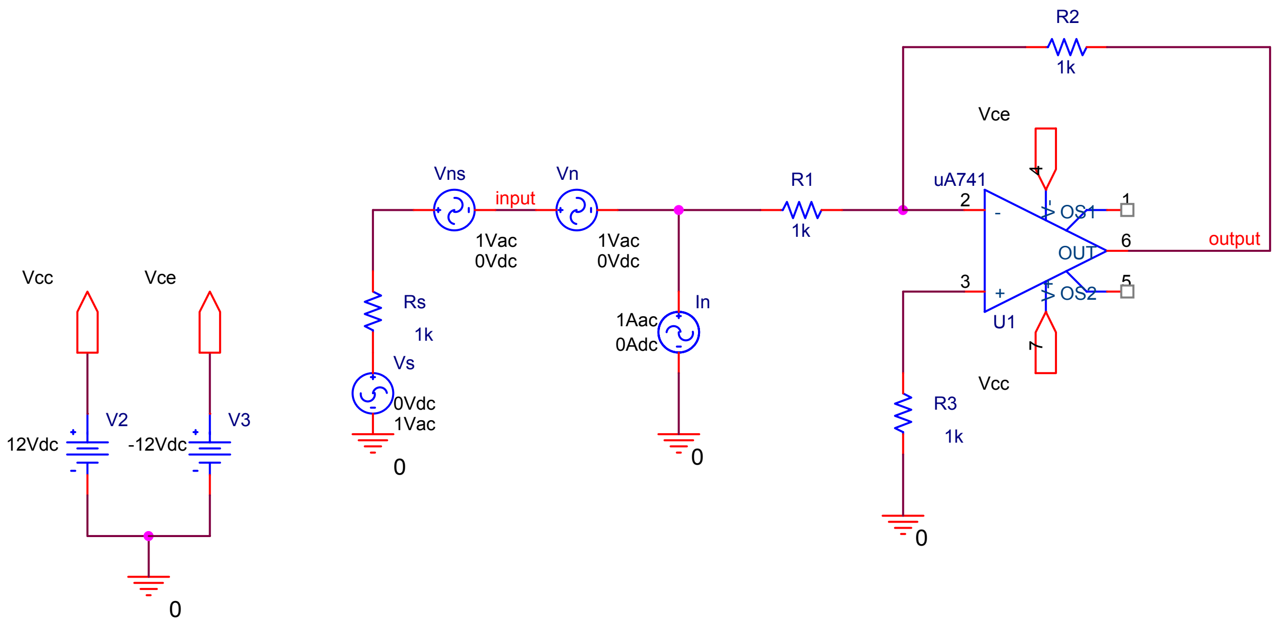
$$i_n = i_1 = \frac{v_o}{R_2}$$

Se l'ingresso è cortocircuitato risulta:

$$v_n = i_n R_1 = v_o \frac{R_1}{R_2} = \frac{v_o}{A}$$

Dove $A = \frac{R_2}{R_1}$ è il guadagno dell'amplificatore considerato (ignorando il segno meno).

Colleghiamo in ingresso un generatore v_s di resistenza interna R$_s$.

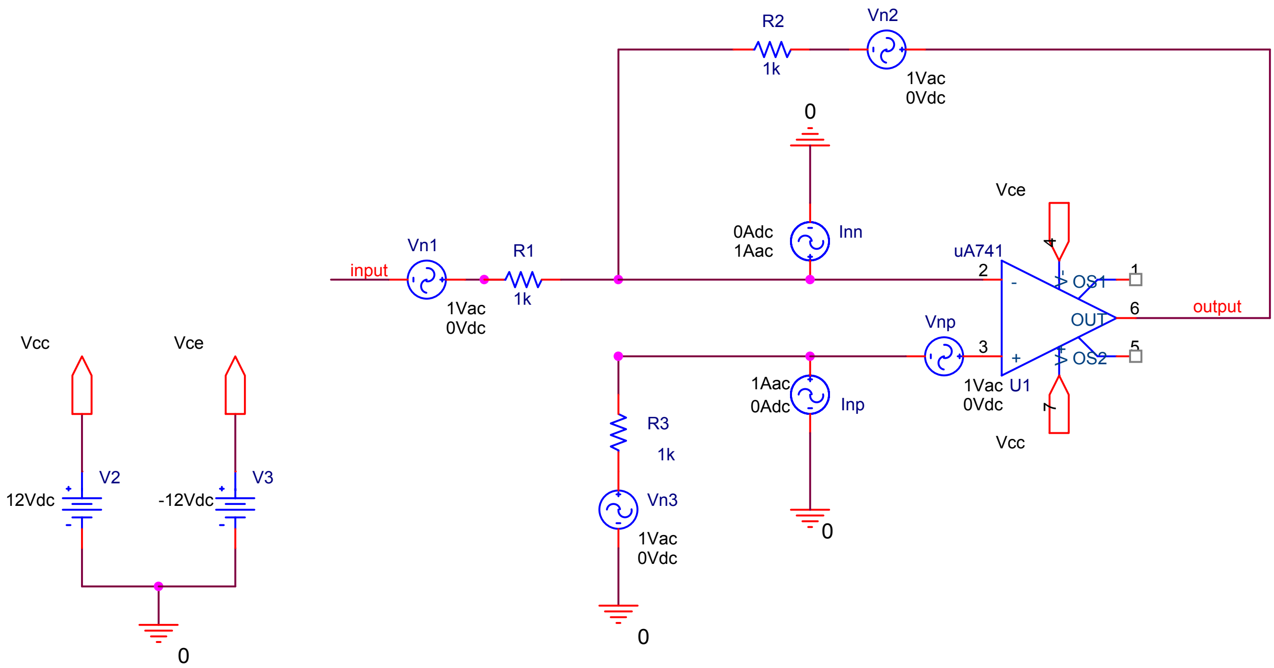


La tensione di rumore totale in uscita sarà:

$$\overline{v}_{no}^2 = A^2\overline{v}_{nt}^2 = \left(-\frac{R_2}{R_1+R_s}\right)^2\left(\overline{v}_{ns}^2+\overline{v}_n^2+\overline{i}_n^2R_s^2+2R_s\gamma\sqrt{\overline{v}_n^2}\sqrt{\overline{i}_n^2}\right)$$

dove γ =1 perché i generatori di rumore i_n e v_n sono massimamente correlati cioè agiscono in fase tra di loro.

Per stabilire le espressioni di i_n e v_n consideriamo il seguente schema completo di tutte le sorgenti di rumore.



Per calcolare i_n applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti.
Se l'ingresso è aperto, v_{n1} non ha contributo.
In presenza di v_{n2} solo:
$v_o^I = v_{n2}$
In presenza di v_{n3} si ha:
$v_o^{II} = v_{n3}$
In presenza di v_{np} si ha:
$v_o^{III} = v_{np}$
In presenza di i_{nn}:
$v_o^{IV} = i_{nn} R_2$
In presenza di i_{np}:
$v_o^V = i_{np} R_3$
La tensione di uscita totale sarà:
$v_o = v_{n2} + v_{n3} + v_{np} + i_{nn} R_2 + i_{np} R_3$
Di conseguenza,la corrente equivalente di rumore sarà:
$$i_n = \frac{v_o}{R_2} = \frac{v_{n2}}{R_2} + \frac{v_{n3}}{R_2} + \frac{v_{np}}{R_2} + i_{nn} + \frac{R_3}{R_2} i_{np}$$
Per minimizzare l'offset di corrente poniamo la resistenza R_3 pari al parallelo tra R_1 e R_2:
$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{1+A}$$
Sostituendo nell'espressione precedente avremo:
$$i_n = \frac{v_{n2}}{R_2} + \frac{v_{n3}}{R_2} + \frac{v_{np}}{R_2} + i_{nn} + \frac{1}{1+A} i_{np}$$
Per calcolare v_n cortocircuitiamo l'ingresso.
In presenza di v_{n1} si ha:
$$\frac{v_o^I}{R_2} = -\frac{v_{n1}}{R_1}$$
$$v_o^I = -\frac{R_2}{R_1} v_{n1}$$

In presenza di v_{n2} solo:
$v_o^{II} = v_{n2}$
In presenza di v_{n3} si ha:
$$v_o^{III} = v_{n3} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_{n3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$
In presenza di v_{np} si ha:
$$v_o^{IV} = v_{np} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_{np}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$
In presenza di i_{nn}:

$$v_o^{V} = i_{nn} R_1 \frac{R_2}{R_1} = i_{nn} R_2$$

In presenza di i_{np}:

$$v_o^{VI} = i_{np} R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

La tensione di uscita totale sarà:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_{n1} + v_{n2} + v_{n3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + v_{np}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + i_{np} R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + i_{nn} R_2$$

Di conseguenza,la tensione equivalente di rumore sarà:

$$v_n = \frac{v_o}{A} = -v_{n1} + \frac{v_{n2}}{A} + v_{n3}\left(1 + \frac{1}{A}\right) + v_{np}\left(1 + \frac{1}{A}\right) + i_{np} R_3 \left(1 + \frac{1}{A}\right) + i_{nn} \frac{R_2}{A}$$

Sostituendo il valore assegnato a R_3 si ottiene:

$$v_n = -v_{n1} + \frac{v_{n2}}{A} + v_{n3}\left(1 + \frac{1}{A}\right) + v_{np}\left(1 + \frac{1}{A}\right) + i_{np} R_1 + i_{nn} R_1$$

Ricaviamo il valore quadratico medio di v_n e di i_n.

$$\overline{v}_n^2 = \overline{v}_{n1}^2 + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{A^2} + \overline{v}_{n3}\left(1 + \frac{1}{A}\right)^2 + \overline{v}_{np}\left(1 + \frac{1}{A}\right)^2 + R_1^2\left(\overline{i}_{np}^2 + \overline{i}_{nn}^2\right)$$

$$\overline{i}_n^2 = \frac{\overline{v}_{n2}^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{n3}^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{np}^2}{R_2^2} + \overline{i}_{nn}^2 + \overline{i}_{np}^2 \frac{1}{(1+A)^2}$$

La tensione di rumore totale in ingresso quando si applica un generatore v_s di resistenza interna R_s sarà:

$$\overline{v}_{nt}^2 = \overline{v}_{ns}^2 + \overline{v}_n^2 + \overline{i}_n^2 R_s^2 + 2R_s \sqrt{\overline{v}_n^2}\sqrt{\overline{i}_n^2} =$$

$$= \overline{v}_{ns}^2 + \overline{v}_{n1}^2 + \frac{\overline{v}_{n2}^2}{A^2} + \overline{v}_{n3}^2\left(1 + \frac{1}{A}\right)^2 + \overline{v}_{np}^2\left(1 + \frac{1}{A}\right)^2 + R_1^2\left(\overline{i}_{np}^2 + \overline{i}_{nn}^2\right) + R_s^2\left[\frac{\overline{v}_{n2}^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{n3}^2}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{np}^2}{R_2^2} + \overline{i}_{nn}^2 + \overline{i}_{np}^2 \frac{1}{(1+A)^2}\right]$$

$$+ 2R_s\left[\frac{\overline{v}_{n2}^2 R_1}{R_2^2} + \frac{\overline{v}_{n3}^2}{R_2}\left(1 + \frac{1}{A}\right) + \frac{\overline{v}_{np}^2}{R_2}\left(1 + \frac{1}{A}\right) + \overline{i}_{np}^2 \frac{R_1}{1+A} + R_1 \overline{i}_{nn}^2\right]$$

Raggruppiamo i termini analoghi

$$\overline{v}_{nt}^2 = \overline{v}_{ns}^2 + \overline{v}_{n1}^2 + \overline{v}_{n2}^2\left(\frac{1}{A^2} + \frac{R_s^2}{R_2^2} + \frac{2R_s}{R_2 A}\right) + \overline{v}_{n3}^2\left[\left(1+\frac{1}{A}\right)^2 + \frac{R_s^2}{R_2^2} + \frac{2R_s}{R_2}\left(1+\frac{1}{A}\right)\right] + \overline{i}_{nn}^2\left(R_1^2 + R_s^2 + 2R_1R_s\right) +$$

$$+ \overline{i}_{np}^2\left(R_1^2 + \frac{R_s^2}{(1+A)^2} + \frac{2R_sR_1}{1+A}\right) + \overline{v}_{np}^2\left[\left(1+\frac{1}{A}\right)^2 + \frac{R_s^2}{R_2^2} + \frac{2R_s}{R_2}\left(1+\frac{1}{A}\right)\right] =$$

$$= \overline{v}_{ns}^2 + \overline{v}_{n1}^2 + \overline{v}_{n2}^2\left(\frac{1}{A} + \frac{R_s}{R_2}\right)^2 + \overline{v}_{n3}^2\left[\left(1+\frac{1}{A}\right) + \frac{R_s}{R_2}\right]^2 + \overline{i}_{nn}^2\left(R_1 + R_s\right)^2 +$$

$$+ \overline{i}_{np}^2\left(R_1 + \frac{R_s}{1+A}\right)^2 + \overline{v}_{np}^2\left[\left(1+\frac{1}{A}\right) + \frac{R_s}{R_2}\right]^2 =$$

$$= \overline{v}_{ns}^2 + \overline{v}_{n1}^2 + \overline{v}_{n2}^2\left(\frac{R_1 + R_s}{R_2}\right)^2 + \overline{v}_{n3}^2\left[1 + \frac{R_1 + R_s}{R_2}\right]^2 + \overline{i}_{nn}^2\left(R_1 + R_s\right)^2 +$$

$$+ \overline{i}_{np}^2 R_1^2\left(1 + \frac{R_s}{R_1 + R_2}\right)^2 + \overline{v}_{np}^2\left[1 + \frac{R_1 + R_s}{R_2}\right]^2$$

Esplicitiamo i generatori di rumore

$$\frac{\overline{v}_{nt}^2}{\Delta f} = 4kTR_s + 4kTR_1 + 4kTR_2\frac{\left(R_1 + R_s\right)^2}{R_2^2} + 4kTR_3\left(1 + \frac{R_1 + R_s}{R_2}\right)^2 +$$

$$+ \overline{i}_w^2\left(1 + \frac{f_{ci}}{f}\right)\left(\left(R_1 + R_s\right)^2 + R_1^2\left(1 + \frac{R_s}{R_1 + R_2}\right)^2\right) + \overline{v}_w^2\left(1 + \frac{f_{cv}}{f}\right)\left(1 + \frac{R_1 + R_s}{R_2}\right)^2$$

La cifra di rumore sarà:

$$F = \frac{\overline{v}_{nt}^2}{\overline{v}_{ns}^2} = 1 + \frac{R_1}{R_s} + \frac{\left(R_1 + R_s\right)^2}{R_2R_s} + \frac{R_3}{R_s}\left(1 + \frac{R_1 + R_s}{R_2}\right)^2 +$$

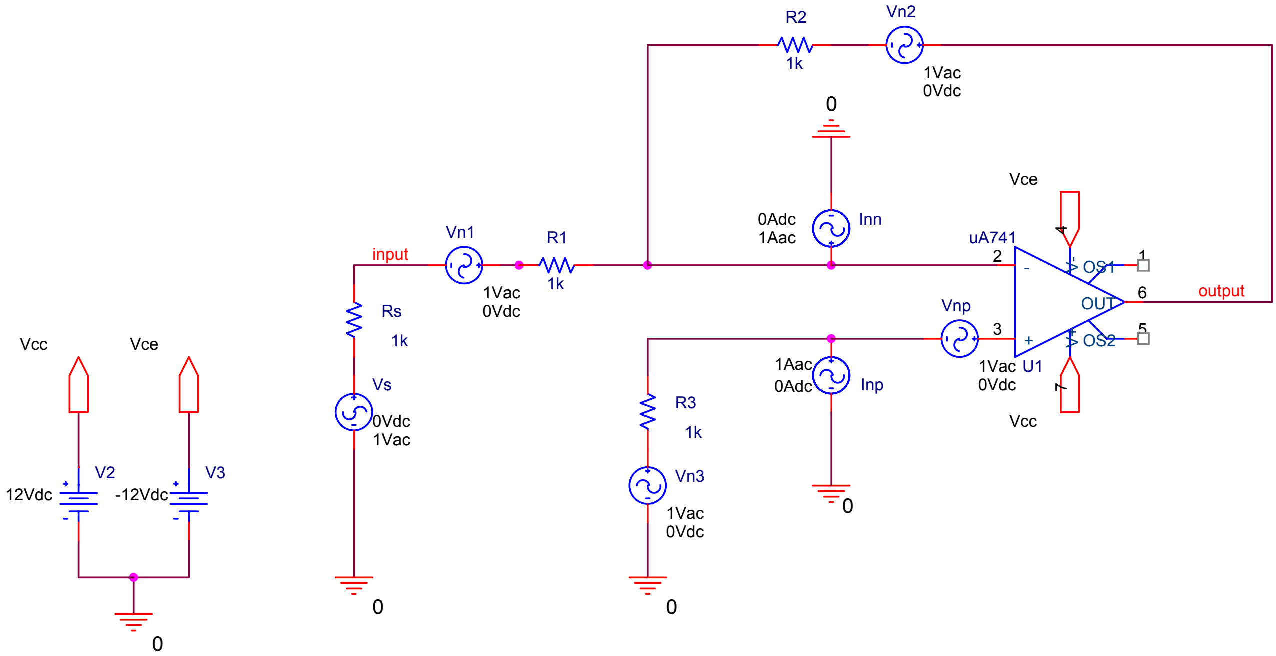
$$+ \frac{\overline{i}_w^2}{4kTR_s}\left(1 + \frac{f_{ci}}{f}\right)\left(\left(R_1 + R_s\right)^2 + R_1^2\left(1 + \frac{R_s}{R_1 + R_2}\right)^2\right) + \frac{\overline{v}_w^2}{4kTR_s}\left(1 + \frac{f_{cv}}{f}\right)\left(1 + \frac{R_1 + R_s}{R_2}\right)^2$$

Il primo termine rappresenta il contributo di rumore introdotto dal generatore di tensione applicato all'ingresso; i successivi tre termini rappresentano il contributo di rumore introdotto dalle resistenze mentre i restanti termini sono relativi al rumore introdotto dall'amplificatore.

Alternativamente la cifra di rumore può essere ricavata attraverso la seguente espressione:

$$F = 1 + \frac{N_e}{N_i}$$

dove N_e rappresenta il rumore in eccesso introdotto dal quadripolo e N_i rappresenta il rumore introdotto dal generatore di tensione applicato all'ingresso.



Dal precedente schema si ricavano le seguenti espressioni:

$$N_i = \overline{v}_{ns}^2 \left(\frac{R_1}{R_s + R_1} \right)^2 = 4kTR_s \left(\frac{R_1}{R_s + R_1} \right)^2$$

in cui si è posto R_3 uguale al parallelo tra R_1 e R_2 sempre per il problema dell'offset,

$$N_e = c_1 \overline{v}_{np}^2 + c_2 \overline{i}_{np}^2 + c_3 \overline{i}_{nn}^2 + c_4 \overline{v}_{n1}^2 + c_5 \overline{v}_{n2}^2 + c_6 \overline{v}_{n3}^2$$

Determiniamo il contributo di rumore di ciascuna sorgente.
Il contributo di v_{n1} sarà:

$$c_4 \overline{v}_{n1}^2 = 4kTR_1 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_s} \right)^2$$

Il contributo di v_{n2} sarà:

$$c_5 \overline{v}_{n2}^2 = 4kTR_2 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

Il contributo di v_{n3} sarà:

$$c_6 \overline{v}_{n3}^2 = 4kTR_3 \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_s + R_1} \right)^2 = 4kTR_3 \left(\frac{R_1 (R_1 + R_s) + R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_s)} \right)^2$$

Il contributo di v_{np} sarà:

$$c_1 \overline{v}_{np}^2 = \overline{v}_{np}^2 \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_s + R_1} \right)^2 = \overline{v}_w^2 \left(1 + \frac{f_{cv}}{f} \right) \left(\frac{R_1 (R_1 + R_s) + R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_s)} \right)^2$$

Il contributo di i_{np} sarà

$$c_2\bar{i}_{np}^2 = \bar{i}_{np}^2\left(\frac{R_3R_1}{R_2}+\frac{R_1R_3}{R_s+R_1}\right)^2 = \bar{i}_{np}^2\left(\frac{R_3R_1(R_1+R_s)+R_1R_2R_3}{R_2(R_1+R_s)}\right)^2 =$$

$$= \bar{i}_w^2\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)\left(\frac{R_1^2}{(R_1+R_2)}+\frac{R_1^2R_2}{(R_1+R_2)(R_1+R_s)}\right)^2$$

Il contributo di i_{nn} sarà

$$c_3\bar{i}_{nn}^2 = \bar{i}_{nn}^2R_1^2 = \bar{i}_w^2R_1^2\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)$$

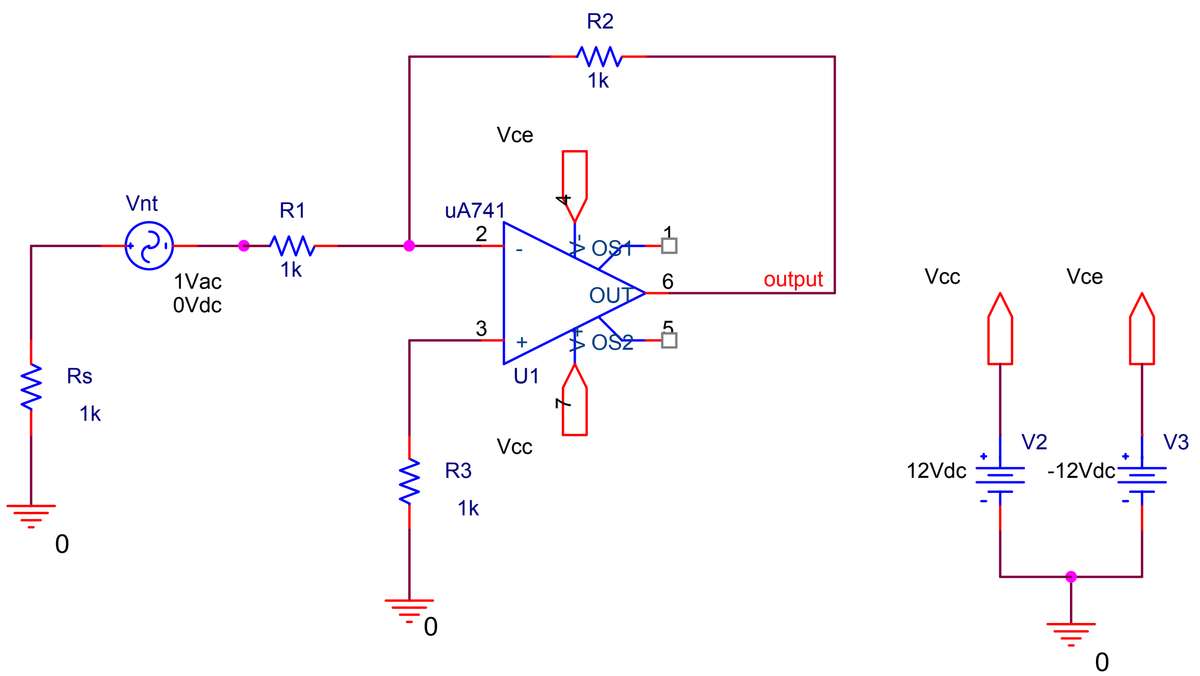
La cifra di rumore sarà:

$$F = 1+\frac{N_e}{N_i} = 1+\frac{R_1}{R_s}+\frac{(R_1+R_s)^2}{R_2R_s}+\frac{R_3}{R_s}\left(1+\frac{R_1+R_s}{R_2}\right)^2 +$$

$$+\frac{\bar{v}_w^2}{4kTR_s}\left(1+\frac{f_{cv}}{f}\right)\left(1+\frac{R_s+R_1}{R_2}\right)^2+\frac{\bar{i}_w^2}{4kTR_s}R_1^2\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)\left(1+\frac{R_s}{R_1+R_2}\right)^2+\frac{\bar{i}_w^2}{4kTR_s}\left(1+\frac{f_{ci}}{f}\right)(R_1+R_s)^2$$

Abbiamo ottenuto lo stesso risultato avuto con il precedente metodo.

La tensione di rumore all'uscita dell'amplificatore si determina partendo dal seguente schema:



$\overline{v}_{on}^{2} = \overline{v}_{nt}^{2}\left|A(f)\right|^{2}$

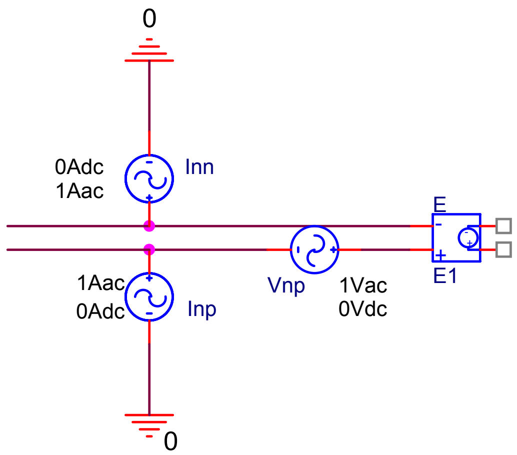
dove $A(f) = \dfrac{A_o}{1 + j\dfrac{f}{f_T}} = \left(-\dfrac{R_2}{R_1 + R_s}\right)\dfrac{1}{1 + j\dfrac{f}{f_T}}$

Il valore efficace della tensione di rumore all'uscita,in un intervallo compreso tra le frequenze f_1 e f_2 (con $f_1 < f_2$) è:

$V_{on} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \overline{v}_{on}^{2} df} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \overline{v}_{nt}^{2}\left|A(f)\right|^{2} df}$

Conclusione: possibili sviluppi

Per poter studiare l'andamento della tensione di rumore all'uscita dell'amplificatore in PSPICE, bisognerebbe rappresentare l'amplificatore rumoroso tramite il seguente quadripolo:



Questo schema tiene conto della tensione di rumore in ingresso all'O.A., della corrente di rumore all'ingresso non invertente dell'O.A. e della corrente di rumore all'ingresso invertente dell'O.A., che in questo caso è rappresentato come un amplificatore ideale. Per quanto riguarda gli altri componenti cioè le resistenze, in PSPICE non è necessario rappresentare i rispettivi generatori di rumore in quanto, quest'ultimo, è intrinseco delle resistenze stesse. Una volta fissato l'ingresso e l'uscita, il programma ricava e somma, automaticamente, i diversi contributi di rumore, e fornisce l'andamento della tensione di rumore all'uscita in funzione dell'intervallo di frequenza prefissato.