FISICA

CdS Scienze Biologiche

Stefania Spagnolo
Dip. di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi"

http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo
stefania.spagnolo@le.infn.it
(please, usate **oggetto/subject: CdSBiologia**)

Diario del programma e delle lezioni svolte
http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo/Fis_ScienzeBiologiche_2017-18.htm

Elettricità e magnetismo

Serway, Jewett, "Principi di Fisica"

M. Taiuti, M.T. Tuccio "Appunti di Fisica per Biologia" in http://www.fisica.unige.it/~biologia/NOfisica.html (Università di Genova)

M. De Palma, http://www.ba.infn.it/~depalma/lezioni/ (INFN Bari)

ELETTRICITÀ E MAGNETISMO

- Elettrostatica
  - Cariche, Forza di Coulomb, campo elettrico e potenziale elettrostatico
  - Isolanti e ***conduttori, capacità***
  - Circuiti elettrici (con generatori di tensione continua)
- Magnetismo

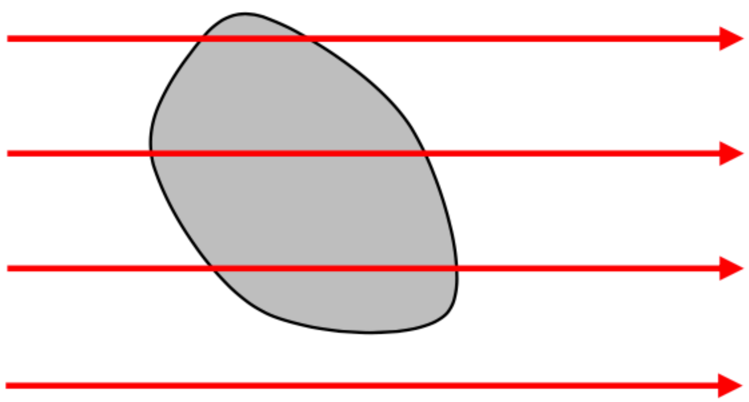
CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

definizione di equilibrio elettrostatico

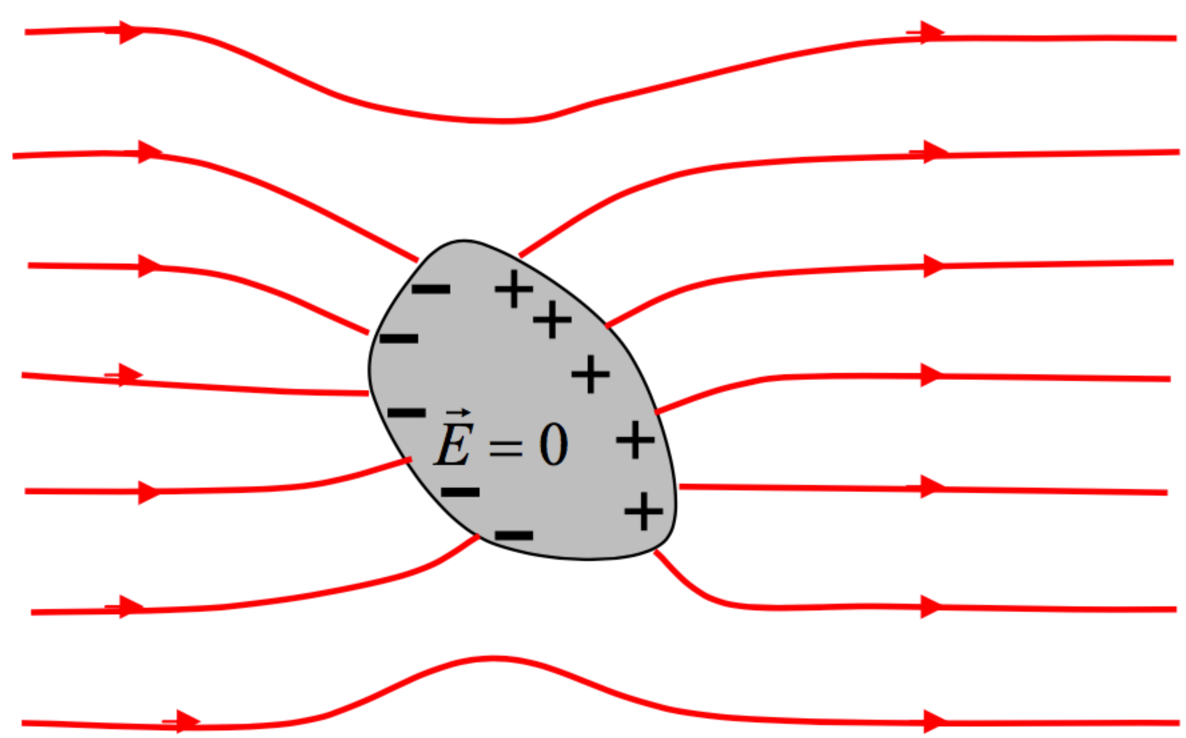
- sulle cariche eventualmente presenti non agiscono forze => le cariche sono in quiete
  - di conseguenza:
    - il campo elettrico all'interno di un conduttore all'equilibrio elettrostatico è nullo
    - se il conduttore è carico, tutta la carica su distribuisce esclusivamente sulla superficie esterna
    - il potenziale elettrostatico nel conduttore (e sulla superficie) assume un valore uniforme ➛ la superficie di un conduttore è equipotenziale
    - il campo elettrico immediatamente all'esterno di un conduttore è perpendicolare alla superficie e vale σ/ε_0

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

Cosa accade quando collochiamo un conduttore (neutro) in una regione dello spazio in cui abbiamo un campo elettrico esterno (per esempio uniforme)



$$\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_{IND} + \vec{E}_{est} \text{ dovunque, con } \vec{E}_{TOT} = 0 \text{ all'interno}$$



La carica libera del conduttore si ridistribuisce sulla superficie in modo tale da determinare un campo elettrico indotto, che all'interno del conduttore compensa il campo elettrico esterno

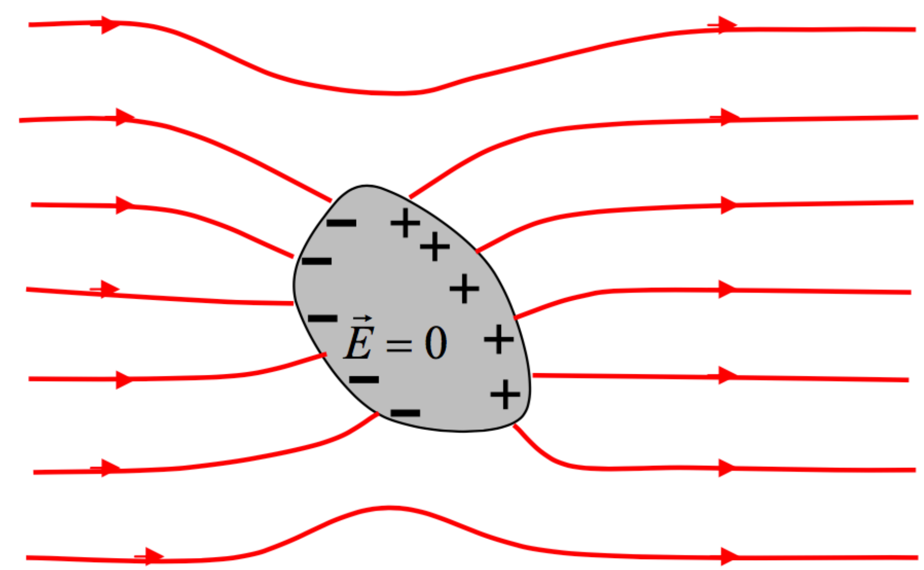
il campo elettrico all'esterno del conduttore è deformato (perpendicolare alla superficie del conduttore)

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

La carica libera del conduttore si ridistribuisce sulla superficie in modo tale da determinare un campo elettrico indotto, che all'interno del conduttore compensa il campo elettrico esterno

cariche positive e negative si separano, la loro somma rimane uguale alla carica totale (nulla o meno) del conduttore

$\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_{IND} + \vec{E}_{est}$ dovunque, con $\vec{E}_{TOT} = 0$ all'interno



Dette:

- $|Q_{est}|$ le cariche esterne, di un solo segno, che generano il campo iniziale $\vec{E}_{est}$
- $Q_{i-} = \sum q_{i,}$ (con $q_i < 0$), la carica indotta negativa totale
- $Q_{i+} = \sum q_{i,}$ (con $q_i > 0$), la carica indotta positiva totale
-

sia ha sempre che:

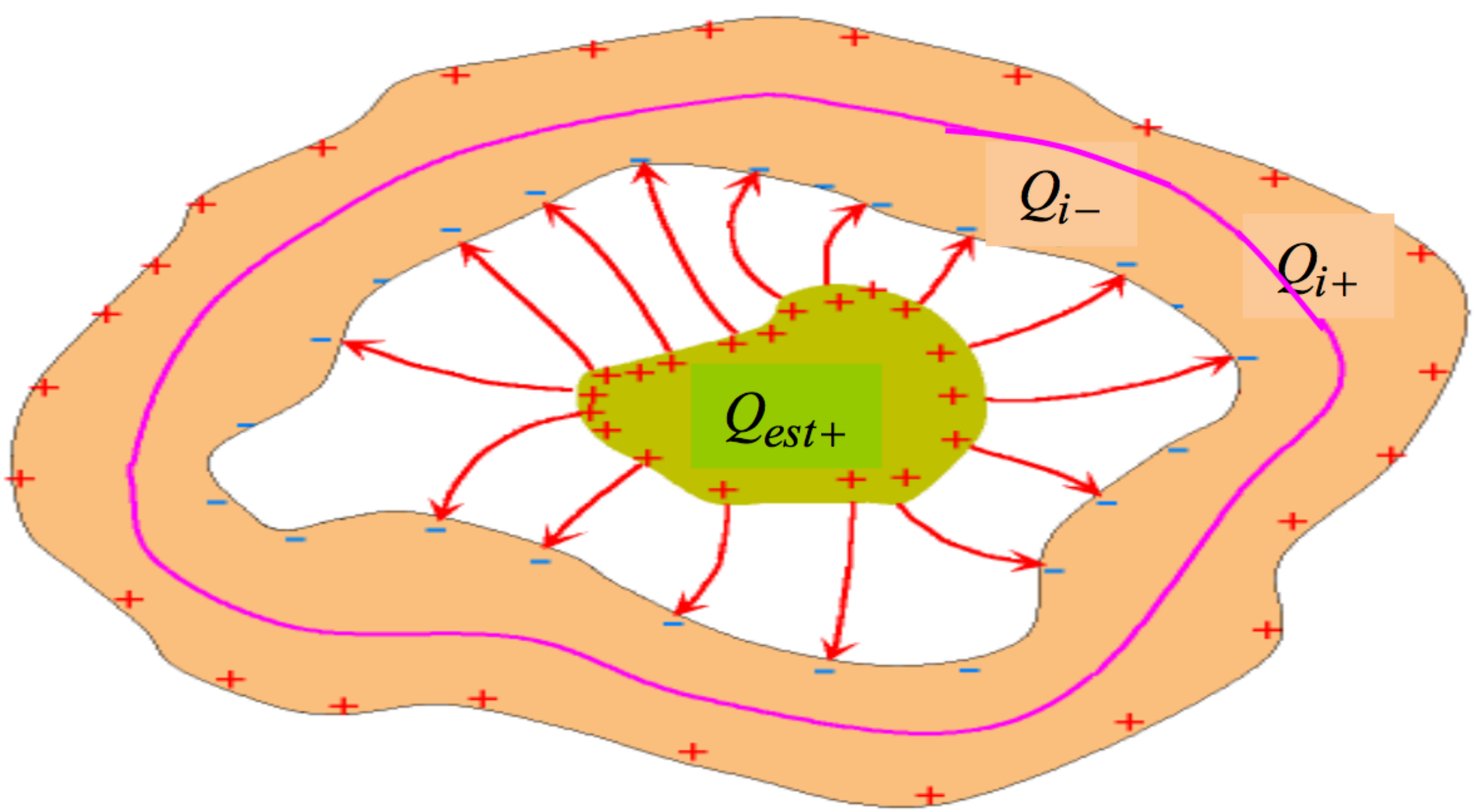
a) $|Q_{i-}| = |Q_{i+}|$ come conseguenza della conservazione della carica

b) $|Q_{i\pm}| \leq |Q_{est}|$ poiché non tutte le linee di campo di $\vec{E}_{est}$ confluiscono sul conduttore.

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

Il caso limite si ha quando tutte le linee di campo di $\vec{E}_{est}$, ovvero tutte le linee di campo che partono dalle Q_{est}, confluiscono sul conduttore posto nel campo $\vec{E}_{est}$; in tal caso succede che $|Q_{i\pm}| = |Q_{est}|$ in tal caso il sistema è detto a induzione completa.

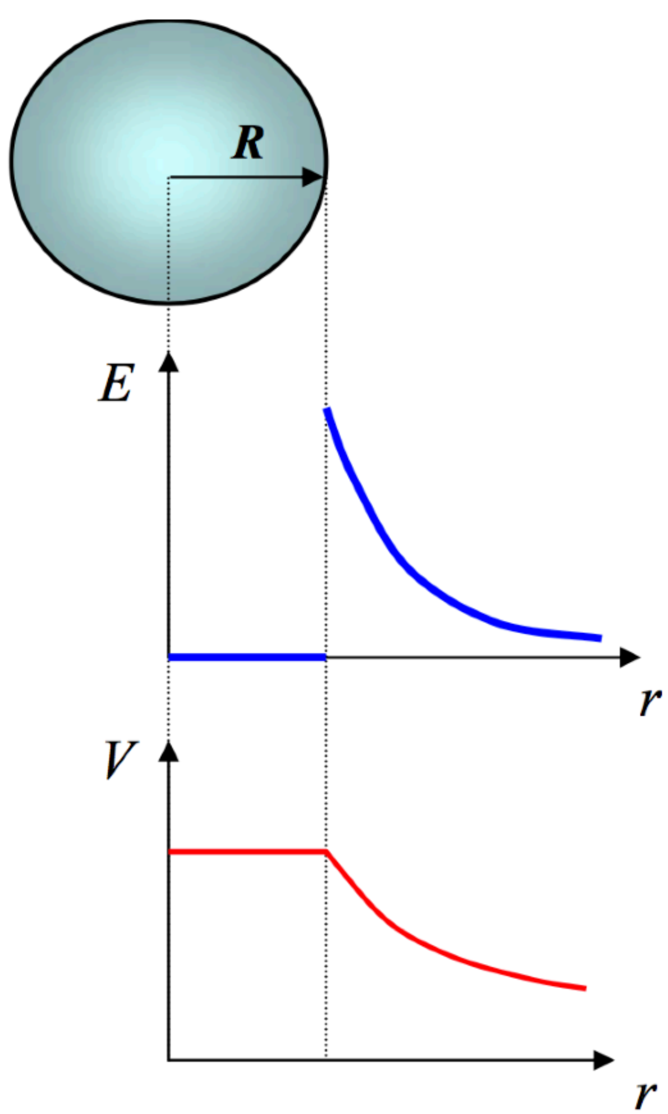
E' evidente che un sistema è rigorosamente a induzione completa solo se un conduttore circonda completamente l'altro, come mostrato in figura.



Conduttori in equilibrio elettrostatico

Consideriamo una sfera conduttrice isolata con carica Q

il sistema equivale a una distribuzione superficiale di carica con densità uniforme (non ci sono direzioni o posizioni privilegiate) $\sigma = Q/4\pi R^2$



per $r > R$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}, \quad V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

per $r < R$

$$\vec{E}(r) = 0, \quad V(r) = V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

e quindi segue che:

$$V_{sfera} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \Rightarrow Q = 4\pi\varepsilon_0 R \cdot V_{sfera}.$$

Ossia c'è una relazione lineare fra la carica Q posseduta dalla sfera ed il potenziale cui essa si porta:

1) $Q \propto V_{sfera}$

2) $C = \dfrac{Q}{V}$

E' una caratteristica geometrica del conduttore per la sfera C = $4\pi\varepsilon_0 R$

la Capacità si misura in Farad = Coulomb / Volt

La capacità di un conduttore isolato è definita come rapporto tra carica e potenziale

In presenza di altri conduttori o cariche il rapporto Q/V si modifica

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO E CONDENSATORI

armature del condensatore

Un sistema di due conduttori affiancati in modo che si realizzi fra loro l'induzione completa prende il nome di *condensatore*.

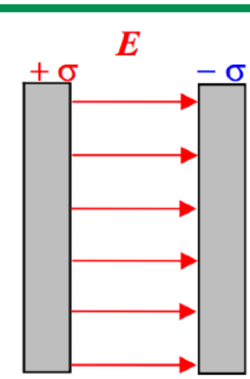
Capacità di un CONDENSATORE $C = |Q| / \Delta V$

- Q = *carica (uguale e opposta sulle due armature del condensatore)*
- ΔV = differenza di potenziale tra le due armature

La capacità di un condensatore dipende solo dalla geometria del sistema

CONDENSATORE PIANO *IDEALE*

Le due armature sono da due superficie piane e parallele di area A poste a distanza d, con d molto minore delle dimensioni lineari di A. In questa ipotesi possiamo assumere la distribuzione di carica sull'armature equivalente a quella di due piani carichi, paralleli ed infiniti, con la densità di carica uguale ma opposta (vista precedentemente).

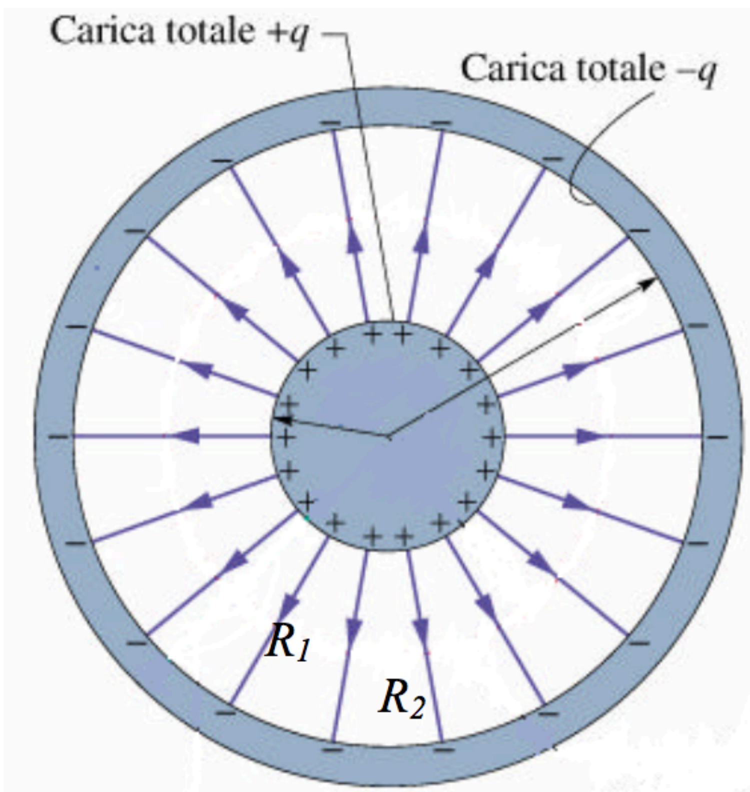


$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow |\Delta V| = Ed = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

$$Q = \sigma A \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma d}{\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad \Rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

CONDENSATORE SFERICO

sfera conduttrice cava di raggio interno R2 e sfera interna conduttrice di raggio R1



Ricordiamo che il campo è diverso da zero sono nei punti a distanza dal centro $R_1 \leq r \leq R_2$ ed è pari a:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \Rightarrow$$

$$|\Delta V| = -\int_{R_2}^{R_1} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}\cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_2}^{R_1} -\frac{1}{r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R2}\right) \Rightarrow$$

$$|\Delta V| = \frac{q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}, \qquad C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{(R_2-R_1)}$$

Per R1~R2 e R1 >> R2-R1
$A = 4\pi R^2$

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

La capacità anche in questo caso dipende solo dalla geometria.

ENERGIA ELETTROSTATICA DI UN CONDENSATORE

Calcoliamo il lavoro esterno dW fatto per caricare il condensatore C, assumendo che stiamo portando un infinitesimo di carica dq mentre sul condensatore c'è gia un carica q ovvero un differenza di potenziale fra le armature $V = q/C$.

$$dW = V \cdot dq = \frac{q}{C} dq$$

Il lavoro totale per portare la carica sull'armature da *0* a Q, con incrementi successivi dq è la somma di tutti i corrispondenti contributi dW:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \boxed{\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}} = \frac{1}{2} \frac{(VC)^2}{C} = \boxed{\frac{1}{2} C V^2}$$

IL CASO DEL CONDENSATORE PIANO

ENERGIA ASSOCIATA AL CAMPO ELETTRICO

$$W=\int_0^Q \frac{q}{C}dq=\frac{1}{C}\int_0^Q qdq=\boxed{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}=\frac{1}{2}\frac{(VC)^2}{C}=\boxed{\frac{1}{2}CV^2}$$

$$C=\varepsilon_0\frac{A}{d}.$$

$$U_E=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\left(\varepsilon_0\frac{A}{d}\right)(Ed)^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2(Ad)$$

Osserviamo che la quantità Ad è il volume interno al condensatore ovvero la regione di spazio in cui è stato creato il campo. Possiamo pensare quindi ad una energia distribuita nello spazio con una densità u_E valutabile come:

$$\boxed{u_E=\frac{U_E}{Vol}}=\frac{\frac{\varepsilon_0E^2(Ad)}{2}}{Ad}=\boxed{\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2}$$

Questo risultato è generalizzabile: una qualsiasi regione dove esiste un campo elettrico ha associata una densità di energia che è proporzionale all'intensità al quadrato del campo elettrico; ovvero lo spazio è sede di energia se in esso c'è un campo elettrico. Questa energia è stata depositata nello spazio nel momento in cui è stato creato il campo elettrico posizionando le cariche.

Un risultato di validità generale

CONDENSATORI IN SERIE E IN PARALLELO

2. Calcolare la capacità equivalente di due condensatori in serie.

Soluzione: occorre trovare il valore della capacità sulla quale viene indotta la stessa carica Q una volta che viene applicato la stessa differenza di potenziale ΔV cioè $C = Q/\Delta V$. Basta quindi osservare che poiché due armature sono collegate tra loro ma isolate dal resto del circuito la carica indotta deve essere la stessa per i due condensatori, inoltre deve valere $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\Delta V_1 + \Delta V_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C} = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

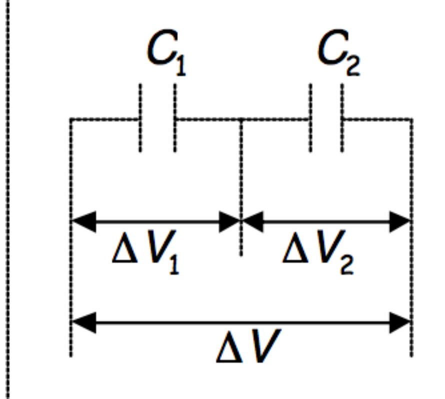


Fig. 37. Problema 2.

3. Calcolare la capacità equivalente di due condensatori in parallelo.

Soluzione: occorre trovare il valore della capacità sulla quale viene indotta la stessa carica Q una volta che viene applicato la stessa differenza di potenziale ΔV cioè $C = Q/\Delta V$. Basta quindi osservare che le armature dei due condensatori che sono collegate tra loro sono allo stesso potenziale (se così non fosse ci sarebbe uno spostamento di cariche dall'una all'altra armatura fino all'annullamento di tale differenza) e che la carica totale indotta è pari alla somma $Q = Q_1 + Q_2$:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q_1 + Q_2}{\Delta V} = \frac{Q_1}{\Delta V} + \frac{Q_2}{\Delta V} = C_1 + C_2$$

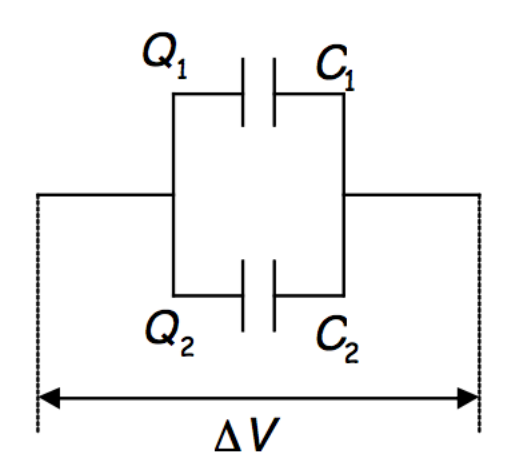


Fig. 38. Problema 3.

CORRENTE ELETTRICA

Esempi tipici di materiali conduttori: metalli, in particolare il rame, l'alluminio, l'argento e l'oro.

Se fra due punti di un conduttore esiste una differenza di potenziale elettrico ***ΔV*** , una parte degli elettroni del conduttore inizia a spostarsi verso il punto d'energia potenziale maggiore (gli elettroni hanno carica elettrica negativa).

Considerato un condotto *conduttore (per esempio cilindro di metallo - filo conduttore)* ai capi del quale esista ***una differenza di potenziale costante***, si instaura un passaggio di cariche.

equilibrio dinamico,
non più equilibrio elettrostatico

Possiamo definire la ***corrente elettrica I*** come la quantità di carica che fluisce nell'unità di tempo attraverso una sezione del conduttore:

- **I = ΔQ/Δt** *nel sistema SI viene misurata in Ampere (A)*

Definiamo conduttori Ohmici quelli per i quali valgono le leggi:

- **ΔV = R I** e **R = ρℓ/ A** *R nel sistema SI si misura in Ohm (Ω) = Volt/Ampere*

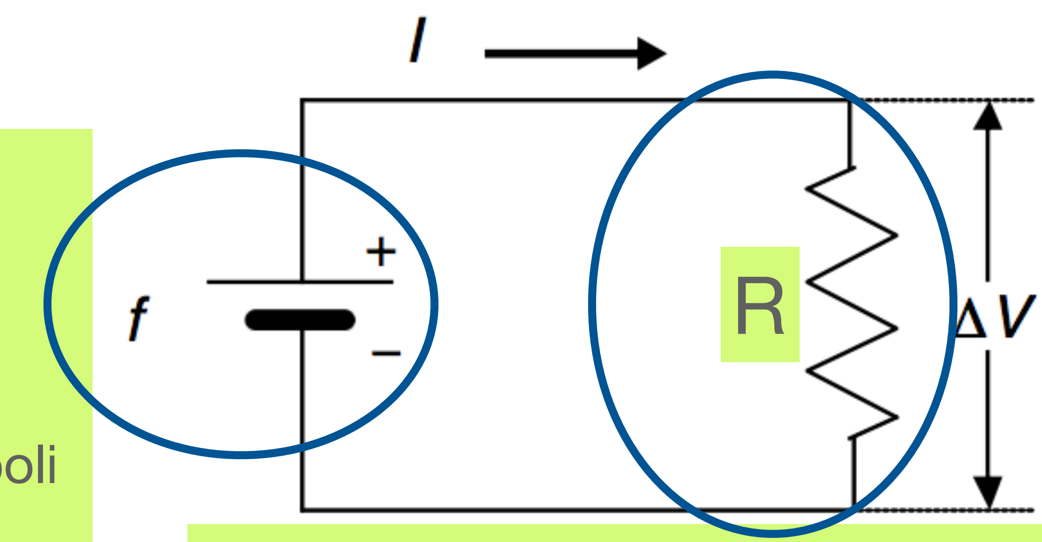
CORRENTE ELETTRICA

Il circuito elettrico più semplice:

Generatore di forza elettromotrice

Pila

produce una diff. di potenziale elettrostatico costante ***f*** tra i due poli



Resistore Ohmico, ossia ΔV ai suoi capi = R I

(I = corrente che lo percorre)

- un'unica maglia = ***la stessa corrente scorre*** in tutti gli elementi circuitali (generatore, resistore), ***collegati in serie***
  - ***f = ΔV***
  - ***ΔV = R I***

I = f / R

- ***Potenza erogata = f I***
- ***Potenza dissipata = R I²***

L'energia spesa ***erogata dal generatore*** per muovere la carica ΔQ = I Δt attraverso la differenza di potenziale ΔV è uguale alla variazione di energia meccanica della carica ***ΔE*** = ΔK + ΔU = ΔQ ΔV = ***f IΔt***

dal momento che ΔK = 0, ΔU = ΔQ ΔV

Inoltre, per un conduttore ohmico, ΔV = I R, quindi ***l'energia dissipata sul resistore*** è ***ΔE = R I²***

CIRCUITI ELETTRICI

Esercizi

1. Calcolare la resistenza equivalente di due resistenze in serie.

Soluzione: occorre trovare il valore della resistenza attraverso la quale scorre la stessa corrente I una volta che viene applicato la stessa differenza di potenziale ΔV cioè $R = \Delta V / I$. Basta quindi osservare che $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$ ed applicare la legge di Ohm alle singole resistenze:

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{I} = \frac{\Delta V_1}{I} + \frac{\Delta V_2}{I} = R_1 + R_2$$

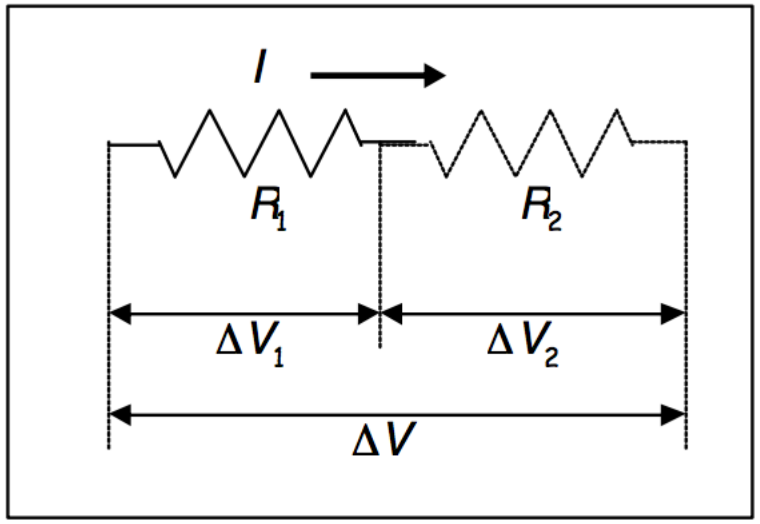


Fig. 40. Problema 1.

2. Calcolare la resistenza equivalente di due resistenze in parallelo.

Soluzione: occorre trovare il valore della resistenza attraverso la quale scorre la stessa corrente I una volta che viene applicato la stessa differenza di potenziale ΔV cioè $R = \Delta V / I$. Basta quindi osservare che $I = I_1 + I_2$ ed applicare la legge di Ohm alle singole resistenze:

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\Delta V}{I_1 + I_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{I_1 + I_2}{\Delta V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

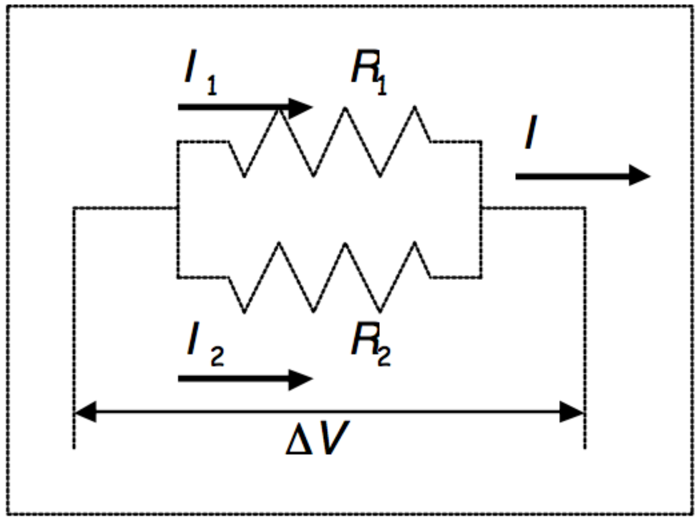


Fig. 41. Problema 2.

CIRCUITI ELETTRICI

Esercizi

3. Descrivere il funzionamento del circuito riportato in figura 42.

Soluzione: anzitutto osserviamo che la forza elettromotrice f genera tra i punti ① e ⑥ una differenza di potenziale $V_1 - V_6$ e che nel circuito circola la corrente I. Tutti i punti tra ① e ② si trovano allo stesso potenziale V_1. Il punto ③ invece si trova ad un potenziale minore pari a $V_3 = V_1 - \Delta V_1$ a seguito della caduta di potenziale $\Delta V_1 = R_1 I$, ed allo stesso potenziale si trovano tutti i punti tra ③ e ④. Il punto ⑤ si trova ad un potenziale ancora minore pari a $V_5 = V_4 - \Delta V_2$ e poiché questo è il potenziale di tutti i punti compresi tra ⑤ e ⑥ si ottiene rapidamente la seguente relazione $V_6 = V_1 - \Delta V_1 - \Delta V_2$ da cui

$$f = V_1 - V_6 = \Delta V_1 + \Delta V_2 = R_1 I + R_2 I$$

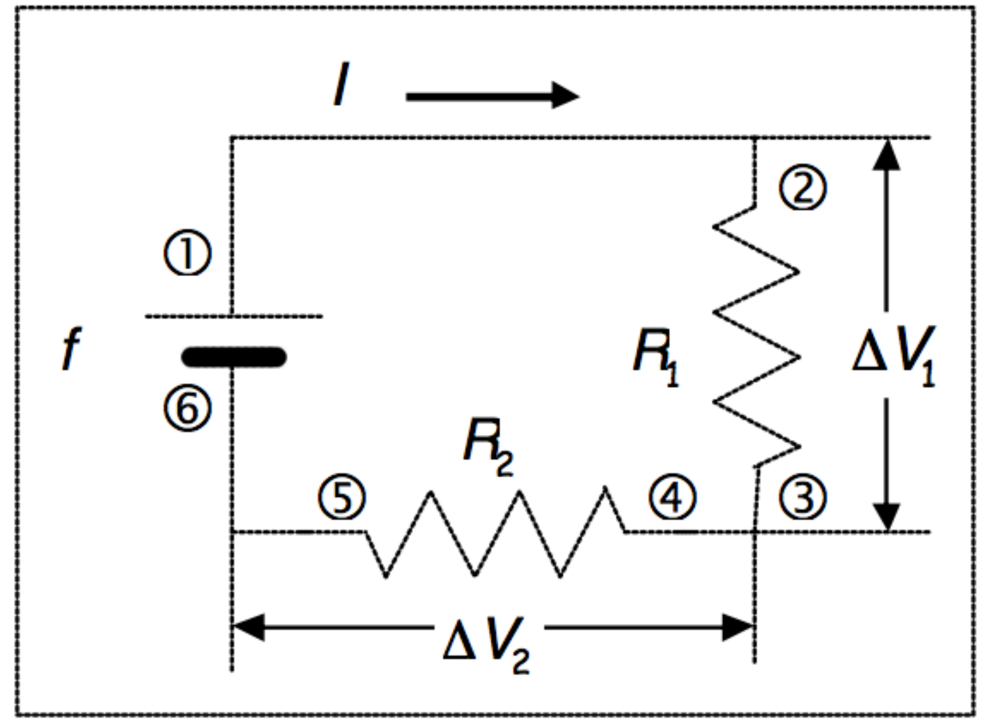


Fig. 42. Problema 3.

4. Dato il circuito riportato in figura 43 con $f = 5\,V$, $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 4\,\Omega$ e $R_3 = R_4 = 12\,\Omega$ calcolare:

- **a)** la resistenza equivalente del circuito;
- **b)** la corrente che fluisce nella resistenza R_1;
- **c)** la potenza erogata dalla batteria.

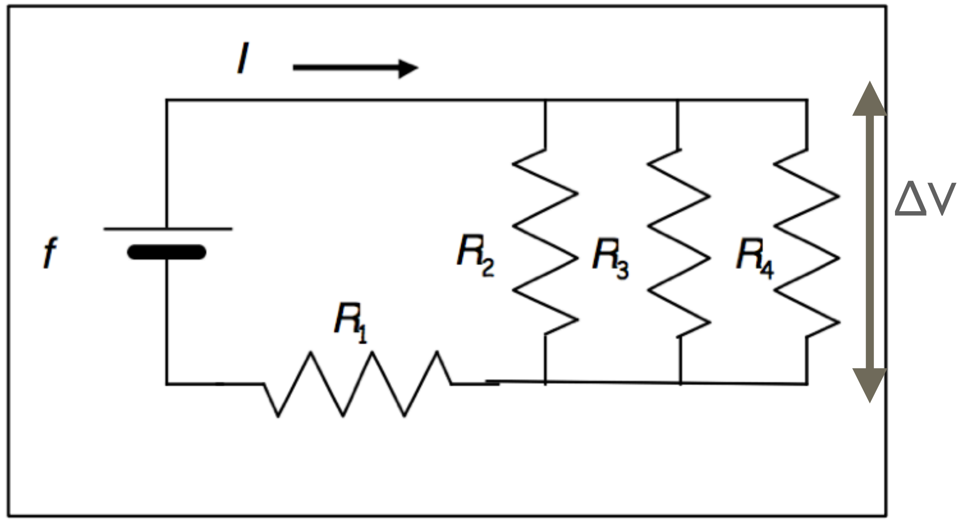


Fig. 43. Problema 4.

Soluzione:

a) Per calcolare la resistenza equivalente basta osservare che R_2, R_3 e R_4 sono in parallelo e che pertanto possono essere sostituite da un'unica resistenza $R_{//}$

$\frac{1}{R_{//}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = 0.42\,\Omega^{-1}$ da cui si ottiene $R_{//} = 2.4\,\Omega$. Il circuito può essere ora schematizzato come mostrato nella figura qui a fianco da cui si vede che R_1 e $R_{//}$ sono attraversate dalla stessa corrente I. Sono pertanto in serie e possono essere sostituite da un'unica resistenza equivalente $R_S = R_1 + R_{//} = 4.4\,\Omega$

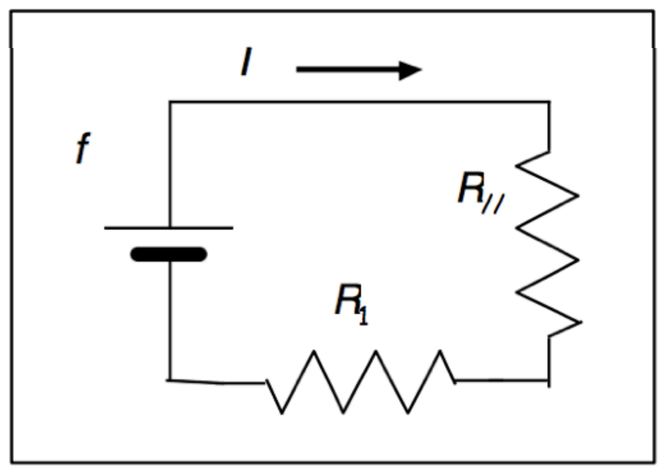


Fig. 44. Problema 4.

b) Per calcolare la corrente che attraversa la resistenza R_1 basta osservare che la corrente che attraversa R_1 è la stessa che attraversa R_S ed applicare la legge di Ohm al circuito equivalente:

$I = \frac{f}{R_S} = 1.14\ A$ che corrisponde anche alla corrente che attraversa la batteria

c) Possiamo adesso calcolare la potenza erogata dalla batteria $P = I f = 1.14A \times 5V = 5.7\,W$.
Si noti che la potenza erogata dalla batteria viene dissipata per effetto Joule nelle quattro resistenze del circuito, infatti $P_{Joule} = I^2 R_S = (1.14A)^2 \times 4.4\Omega = 5.7\,W$

Invece, la corrente che attraversa R_3 sarà uguale a $I_3 = \Delta V/R_3$

dove $\Delta V = f - I R_1$ è la differenza di potenziale ai capi di R_2, R_3 e R_4

NOTA

$I_2 + I_3 + I_4 = I$

CIRCUITI ELETTRICI

Esercizi

5. Si chiamano circuiti RC quei circuiti che, oltre a contenere delle resistenze, contengono anche dei condensatori. Nel circuito rappresentato in figura 45 per esempio, quando viene collegata la batteria, la corrente I, dopo aver percorso le resistenze R_3 ed R_2, arriva al nodo **a**, dove si divide in due parti, una parte fluisce nel ramo del circuito dove c'è la resistenza R_1 e un'altra parte nel ramo di destra dove c'è il condensatore di capacità C. A questo punto, il condensatore, inizialmente scarico, inizia a caricarsi immagazzinando cariche sulle sue armature e facendo quindi diminuire la corrente che fluisce nel ramo del circuito dove c'è il condensatore. Si dice che il circuito è in regime stazionario quando il condensatore è completamente carico e nel ramo dove c'è il condensatore la corrente si è ridotta a zero. Con riferimento al circuito rappresentato in figura si assuma $f = 50V$, $R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 50\Omega$, $C = 1\mu F$. In condizioni stazionarie, si calcoli:

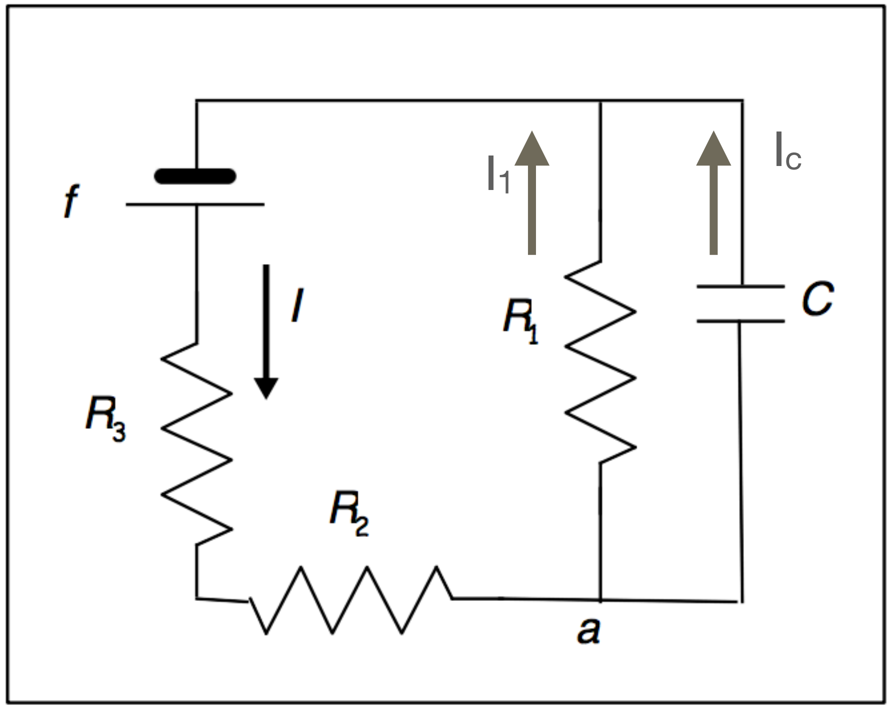


Fig. 45. Problema 5.

a) la corrente che fluisce attraverso la batteria;
b) la carica sulle armature del condensatore;
c) l'energia immagazzinata nel condensatore

a regime il condensatore è ~ ramo aperto

NOTA: $I = I_1 + I_c$

All'inizio il condensatore è scarico Q=0,
a regime $I_c = 0$ e $Q = C\,\Delta V = C\, I\, R_1$ e $I = f/(R_1+R_2+R_3)$

I_c all'inizio è intensa, a regime è nulla

CIRCUITI ELETTRICI

Esercizi

Soluzione: In condizioni stazionarie nel ramo di destra del circuito, quello che contiene il condensatore, non passa più corrente, quindi al nodo a la corrente proveniente da R_2 fluirà tutta in R_1. Pertanto, a regime, il circuito è equivalente a tre resistenze in serie collegate ad una batteria ($R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 350\Omega$).

a) Per determinare la corrente basta applicare la legge di Ohm $I = \dfrac{f}{R_{eq}} = 143\,mA$

b) Per calcolare la carica sulle armature del condensatore possiamo determinare la differenza di potenziale tra le sue armature e ricordare la definizione di capacità $C = \dfrac{Q}{\Delta V}$ dove ΔV è la differenza di potenziale ai capi del condensatore. Dalla configurazione del nostro circuito, si vede che il condensatore è messo in parallelo alla resistenza R_1, per cui dovrà essere:

$\Delta V = I R_1 = 0.143A \cdot 200\Omega = 28.6V$ e quindi $Q = C\Delta V = 28.6 \cdot 10^{-6} C$

c) Per calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore, occorre ricordare che

$$E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = 0.41 \cdot 10^{-3} J$$

IL MAGNETISMO

In elettrostatica abbiamo visto che una carica **q** ***ferma***, genera nello spazio un campo elettrico **E** il cui modulo è proporzionale a **q** , in grado di esercitare una forza elettrostatica su altre cariche.

Una ***corrente elettrica I*** (o una densità di corrente ***J***) genera nello spazio un campo magnetico **B** in grado di esercitare una forza su altre ***cariche elettriche in movimento***. L'intensità del campo viene misurata ***nel sistema SI in Tesla (T)***.

In analogia al campo elettrico possiamo rappresentare il campo B mediante linee di campo che sono tangenti in ogni punto al vettore campo magnetico.

Le linee di campo per B, diversamente da E, ***sono sempre linee chiuse***.

Come si definisce e come si misura un campo magnetico B ?

Per il campo elettrico $E(P) = F(P)/q_0$ dove F è la forza di natura elettrica avvertita da una carica di prova q_0 collocata in un punto P.

In presenza di un campo magnetico $\vec{B}(P)$, una carica di prova in movimento con velocità $\vec{v}$ è soggetta a una forza data dall'espressione:

* $\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$ ***forza di Lorentz***

dalla misura di F determiniamo B

IL MAGNETISMO

Esistono altre sorgenti di campo magnetico oltre alle correnti:

- ***i dipoli magnetici***
  - manifestano un polo N e un polo S che si attraggono (respingono) se di segno opposto (uguale)
  - un dipolo magnetico $\vec{\mathbf{m}}$ produce un campo $\vec{\mathbf{B}}$ che ha esattamente la stessa espressione del campo di dipolo elettrico
    - i poli (di un dipolo magnetico) non sono separabili: una bacchetta magnetizzata rotta ripresenta nel punto di frattura una nuova coppia di poli opposti a quelli che si manifestano alle altre estremità delle due bacchette
      - ✓ al contrario di quello che accade in elettrostatica, non esistono monopoli magnetici, cariche magnetiche singole => non ci sono sorgenti (puntiformi) o buche di campo => le linee di campo di B sono sempre chiuse
- esistono nella materia così come i dipoli elettrici
  - sono correlati a proprietà quantistiche delle particelle elementari che compongono gli atomi e ai moti (che possiamo immaginare come moti di rotazione delle particelle negli atomi/molecole)

IL MAGNETISMO

Consideriamo ***un filo rettilineo di lunghezza infinita percorso da una corrente costante I***

Le linee di campo di B sono circonferenze dei piani perpendicolari al filo con centro sul filo. Definito un sistema di coordinate cilindriche con asse z coincidente con il filo, ***B è diretto come il versore φ***

La legge di ***Biot-Savard*** ci dice che il modulo del campo B è dato dall'espressione .

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$$

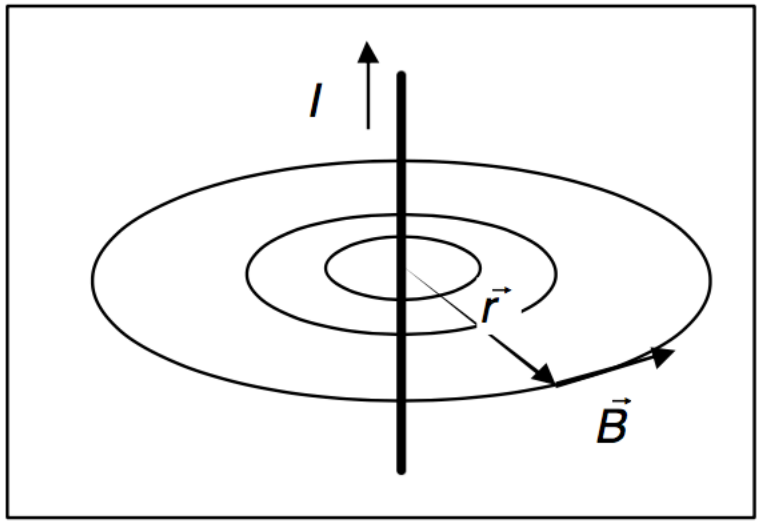
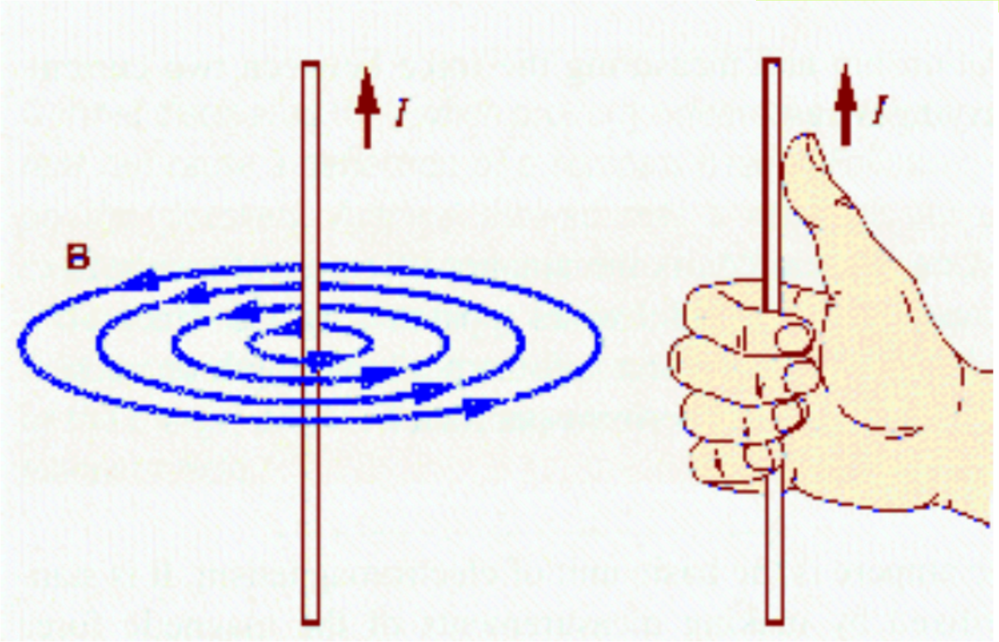


Fig. 46. Campo magnetico generato da un filo rettilineo infinito percorso da corrente.

verso secondo la regola della mano destra



Vale il principio di sovrapposizione

Se la corrente I1 genera un campo magnetico B1 e la corrente I2 genera un campo magnetico B2 , il campo totale in ogni punto dello spazio se entrambe le correnti sono presenti è dato da BT = B1 + B2

FLUSSO DI B ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA

Una bacchetta di un magnete naturale presenta al suo esterno un campo $\vec{B}$ le cui linee di campo sono schematizzate in fig. 12. L'andamento, all'esterno della bacchetta, delle linee di campo è identico a quello relativo al campo elettrico $\vec{E}$ generato da una opportuna carica elettrica depositata sugli estremi di una bacchetta isolante.

E' possibile separare i poli magnetici ?

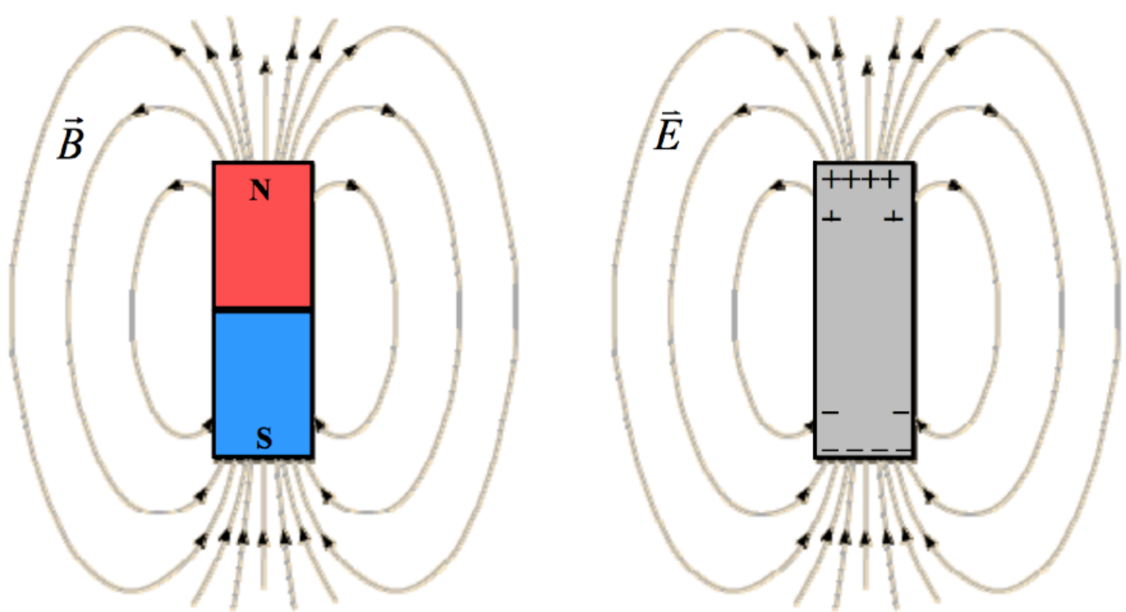
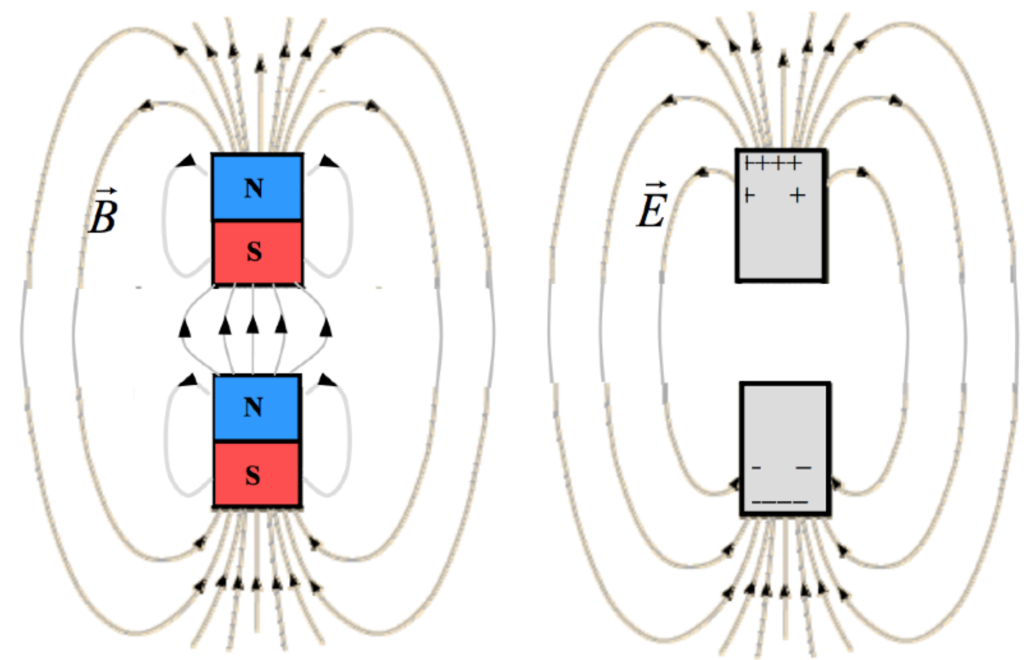
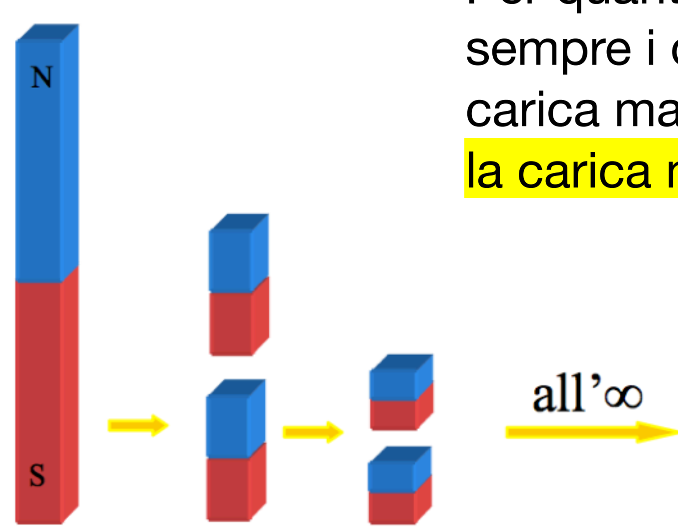


fig. 12

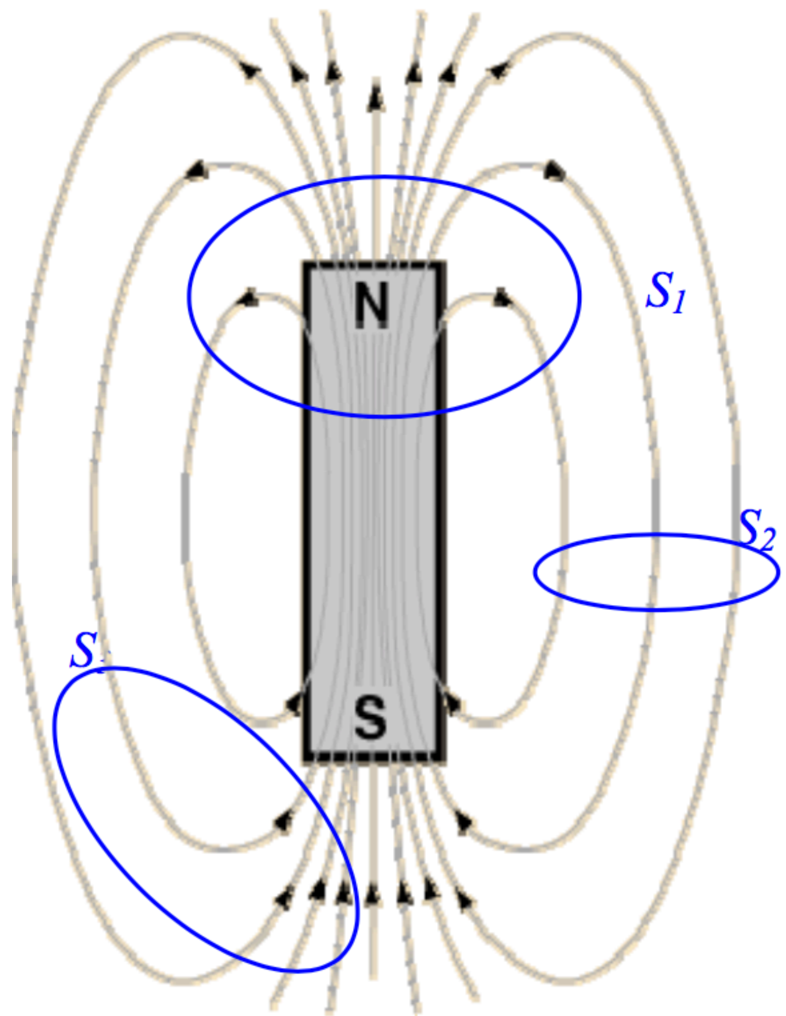


Per quanto piccolo si possa fare un magnete naturale, esso presenterà sempre i due poli, ovvero non è possibile sperimentalmente isolare la carica magnetica e quindi siamo costretti a concludere che:
la carica magnetica non esiste.

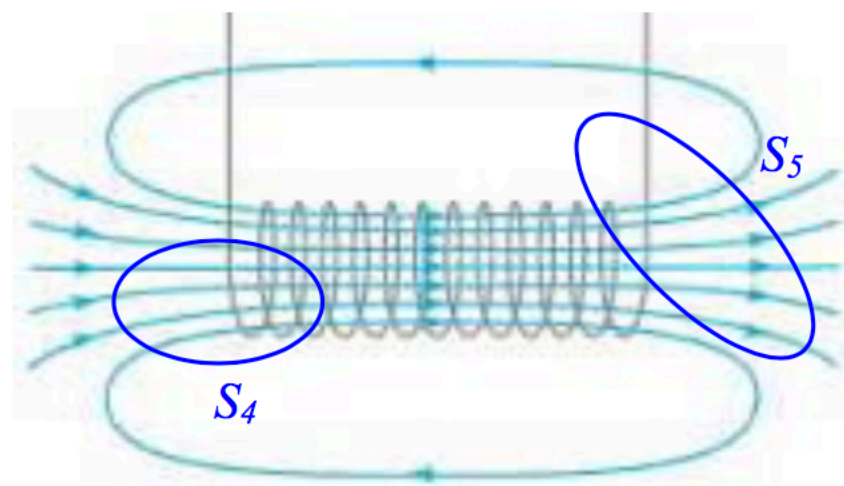


Le linee di campo si originano e terminano sulle cariche; *non esistendo le cariche magnetiche* ***le linee del campo B devono essere delle linee chiuse***

FLUSSO DI B ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA



Siano S1, S2, … S5 generiche superfici chiuse



Il numero di linee di campo entranti è uguale al numero di linee di campo uscenti

Il flusso del campo magnetico attraverso una qualunque superficie chiusa è nullo

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

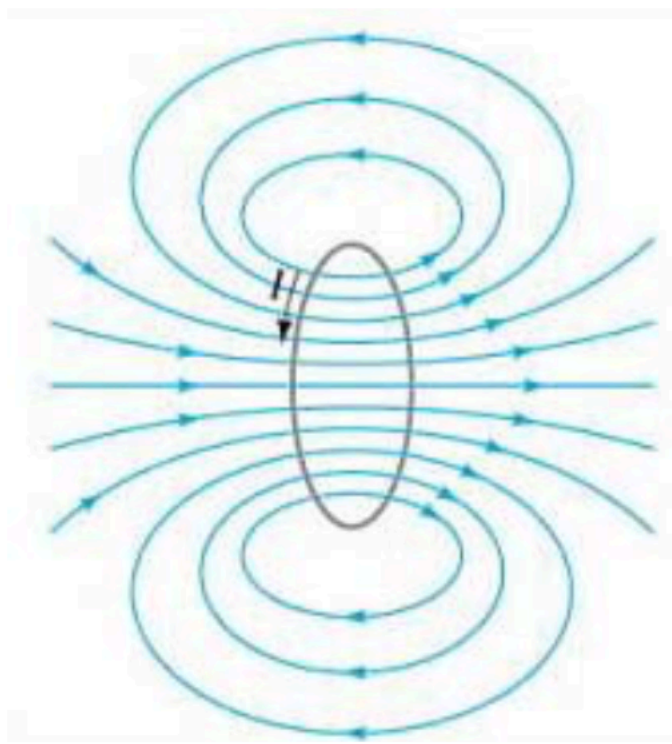
La carica magnetica non esiste

Le linee di campo si originano e terminano sulle cariche; *non esistendo le cariche magnetiche* ***le linee del campo B devono essere delle linee chiuse***

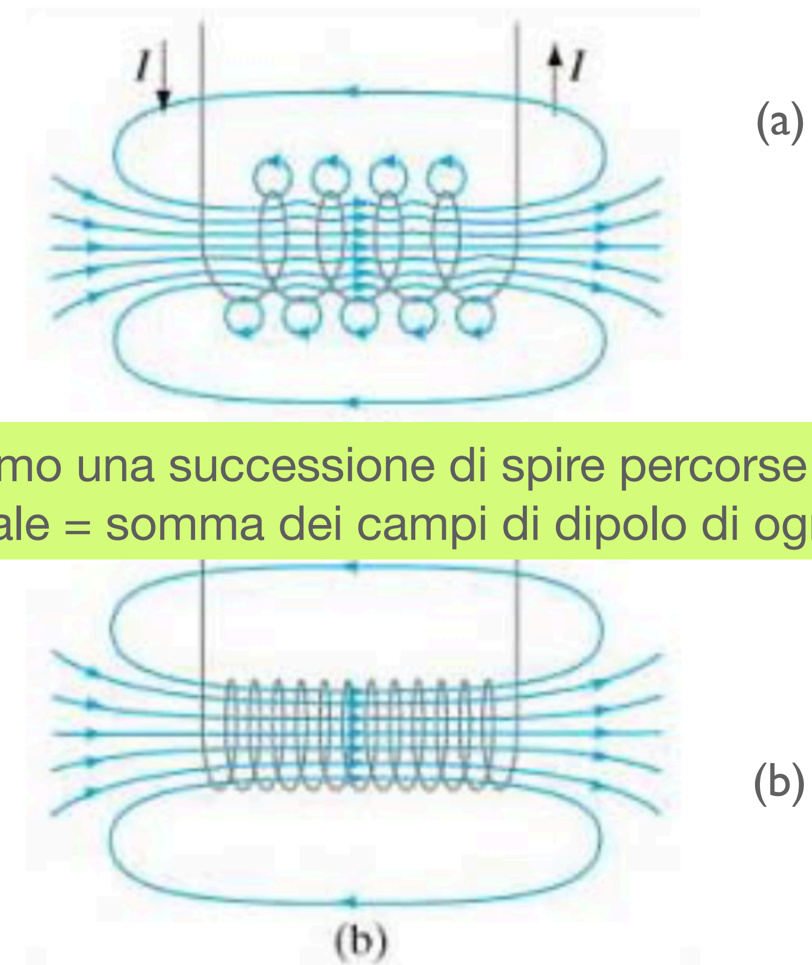
SPIRA CIRCOLARE PERCORSA DA CORRENTE I

Equivale a un dipolo magnetico di valore $\vec{\mathbf{m}} = I\,A\,\hat{\mathbf{n}}$

il campo magnetico ha linee di campo ***molto simili*** a quelle di un dipolo elettrico



Linee di campo per una spira circolare

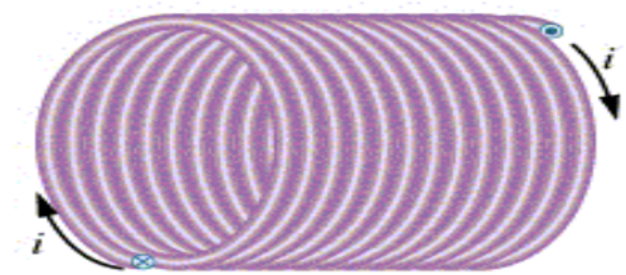


consideriamo una successione di spire percorse da corrente
B Totale = somma dei campi di dipolo di ogni spira

Linee di campo per n_1 spire (a) e per n_2 spire (b) con $n_1 < n_2$

SOLENOIDE

Al limite per N=numero di spire grande, strettamente avvolte una in siuccessione all'altra => SOLENOIDE



Solenoide: è costituito da un filo avvolto a spirale attorno ad un cilindro cavo di sezione S. Per un solenoide ideale (tale che la sua lunghezza L sia molto maggiore del diametro del solenoide) si genera in ogni punto all'interno del volume cilindrico un campo magnetico d'intensità uniforme pari a $\boxed{B = \mu_0 n I}$, dove $n = \dfrac{N}{L}$ è il numero di spire per unità di lunghezza.

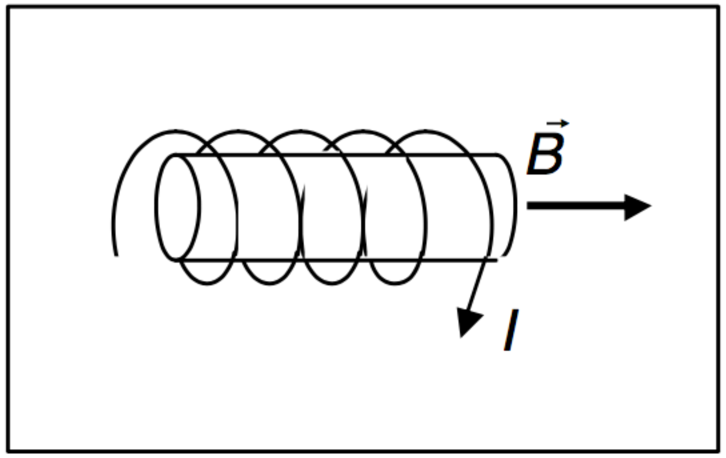


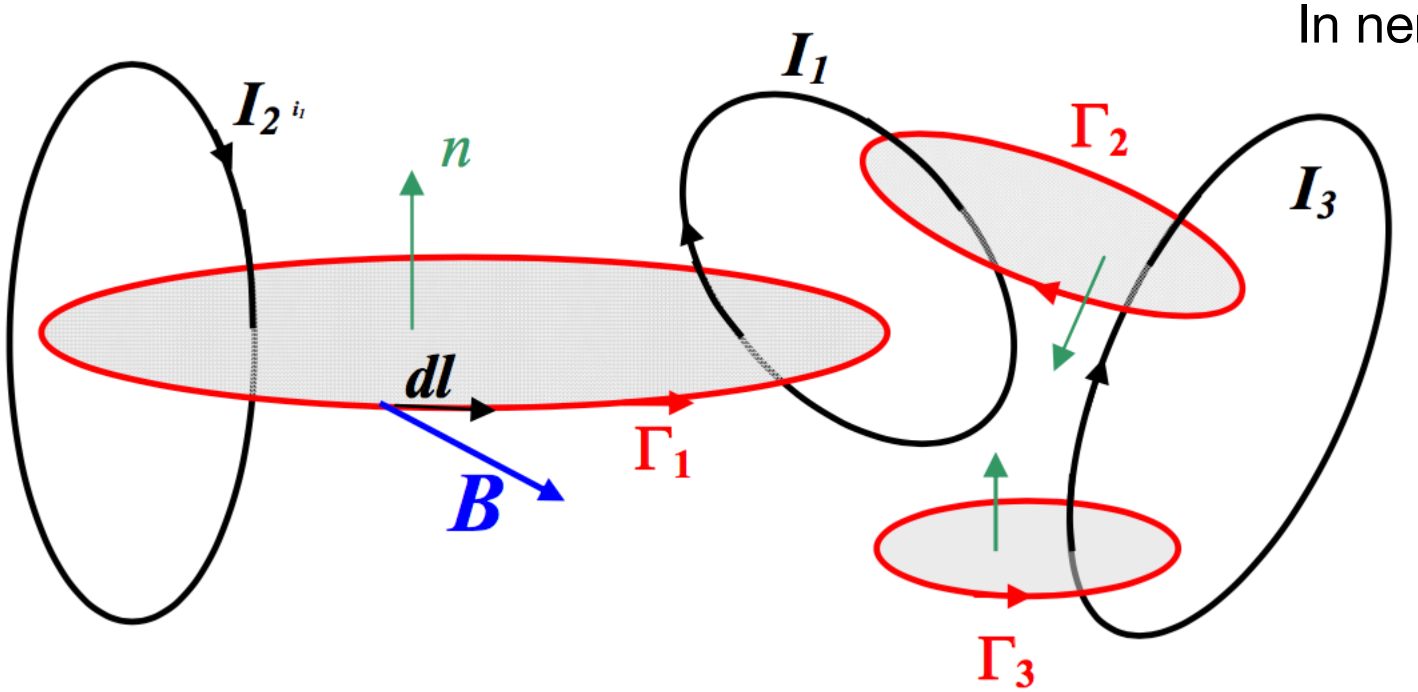
Fig. 47. Solenoide.

LEGGE DI AMPERE PER CORRENTI STAZIONARIE

correnti costanti o lentamente variabili

In rosso circuiti geometrici

In nero circuito fisici percorsi da corrente



definizione di ***corrente concatenata*** con un circuito geometrico Γ

- I_1 concatenata con Γ_1, Γ_2
- I_1 non concatenata con Γ_3
- I_2 concatenata con Γ_1
- I_2 non concatenata con Γ_2,Γ_3
- I_3 concatenata con Γ_2, Γ_3
- I_3 non concatenata con Γ_1.

In ogni punto dello spazio per il principio di sovrapposizione

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Legge di Ampère

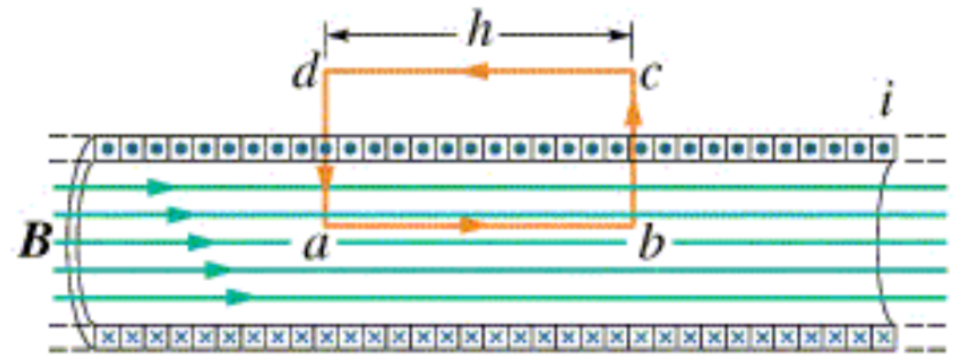
Il Campo Magnetico non è conservativo

$$\boxed{\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_c}$$

SOLENOIDE

Al limite per N=numero di spire grande, strettamente avvolte una in siuccessione all'altra => SOLENOIDE

Usiamo la Legge di Ampere



convinciamoci che il valore di B all'interno sia

$$\boxed{B = \mu_0 nI}$$

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum i_c \Rightarrow \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum i_c$$

$\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_a^b Bdl = B\int_a^b dl = Bh$ essendo $\vec{B} \,//\, d\vec{l}$ e B costante

$\int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ e $\int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ essendo $\vec{B} \perp d\vec{l}$ in un tratto e $B = 0$ nel restante tratto

$\int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ essendo $B = 0$ su tutto il tratto

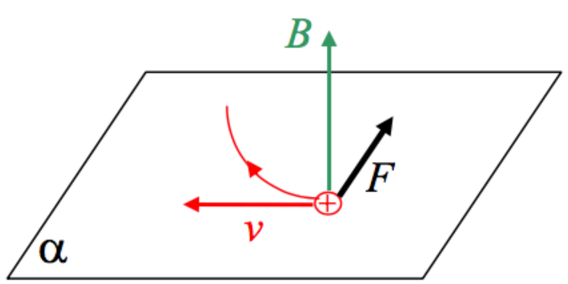
$$\sum i_c = i(nh) \Rightarrow Bh = \mu_0 inh \Rightarrow$$

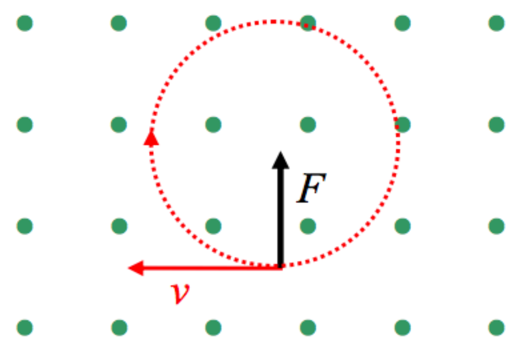
$$B = \mu_0 in$$

MOTO DI CARICHE IN UN CAMPO MAGNETICIO

***B* uniforme** | *v iniziale perpendicolare a B*

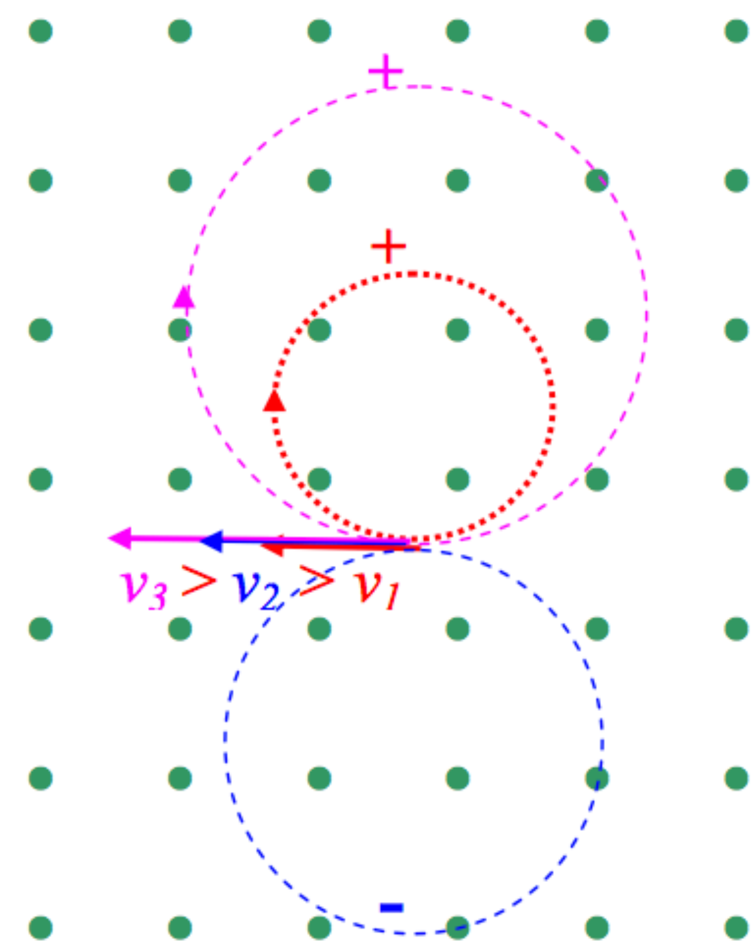
Consideriamo una particella di massa m e carica puntiforme $+q$ in moto con velocità $\vec{v}$ perpendicolare ad un campo $\vec{B}$ uniforme.





Nel piano α, $\boldsymbol{B}$ uscente dal foglio

B uniforme e uscente dal foglio



Sulla carica viene esercitata la forza magnetica $\vec{F}_B = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

1) sempre perpendicolare a $\vec{v}$ $\Rightarrow$ v costante in modulo ma cambia in direzione.

2) F costante in modulo $\Rightarrow$ la direzione varia in modo costante $\left(\frac{d\hat{v}}{dt} = costante\right)$ $\Rightarrow$ traiettoria circolare.

Da 1 e 2 $\Rightarrow$ ***il moto della carica è circolare uniforme.***

La forza centripeta necessaria al moto è fornita dalla forza magnetica $\Rightarrow$

$$F_c = m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \quad \text{(R = raggio dell'orbita)}$$

cariche positive e negative curvano in verso opposto

a parità di v e q, particelle con massa maggiore percorrono traiettorie di raggio maggiore

la ***quantità di moto*** della particella ***p = mv*** determina il raggio di curvatura

MOTO DI CARICHE IN UN CAMPO MAGNETICIO

B uniforme

v iniziale perpendicolare a B

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (\text{R = raggio dell'orbita})$$

$q\Delta V = mv^2/2$ ➛ $mv = 2q\,\Delta V / v$

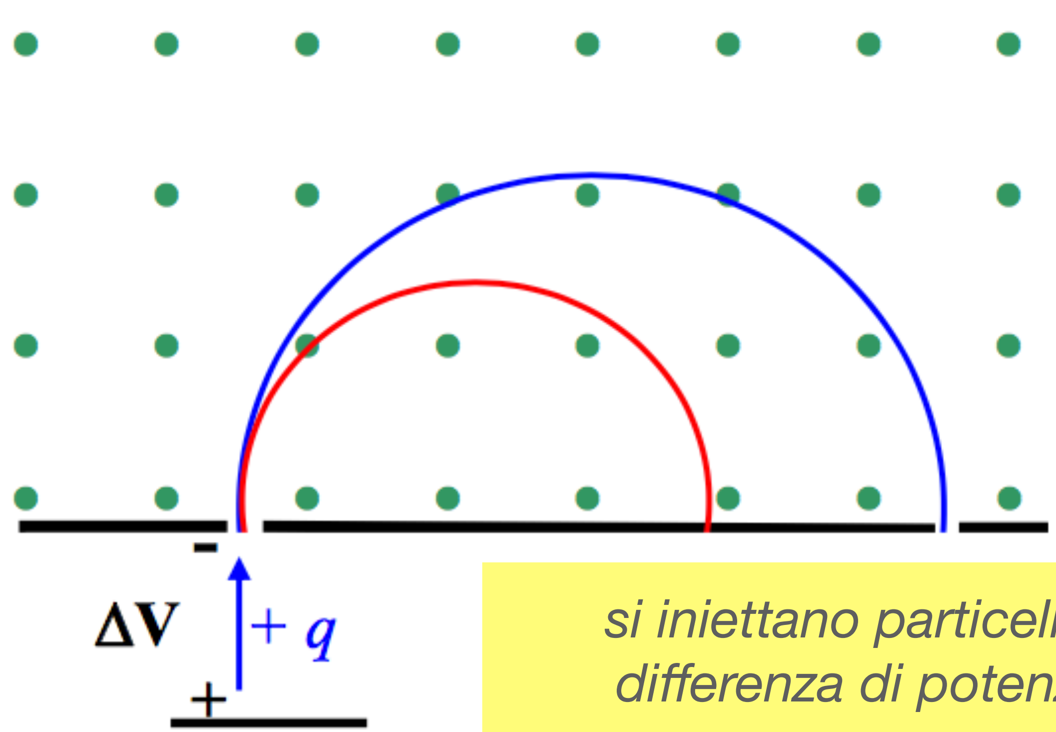
$mv = qBR$

$2q\,\Delta V = qBR\,v$ ➛ $v = 2\Delta V / BR$

m/q = *BR/v* = ***$(B^2 / 2\Delta V)\,R^2$***

A parità di v,B particelle di diverso rapporto q/m si muovono su orbite diverse; questo effetto viene usato per selezionare particelle con diverso rapporto q/m (spettrometro di massa).

$$2\pi R = Tv \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{qB} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$$



*le particelle con v perpendicolare a B seguono traiettorie circolari il cui **raggio**, noto B, misura il prodotto **mv***

si iniettano particelle cariche ~ferme in una regione in cui una differenza di potenziale elevata accelera le particelle cariche;

L'energia potenziale (elettrostatica) iniziale diventa energia cinetica; particelle di uguale massa raggiungono la stessa velocità

MOTO DI CARICHE IN UN CAMPO MAGNETICIO

B uniforme | *v iniziale generica*

$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_T$ Componenti parallela e perpendicolare a B

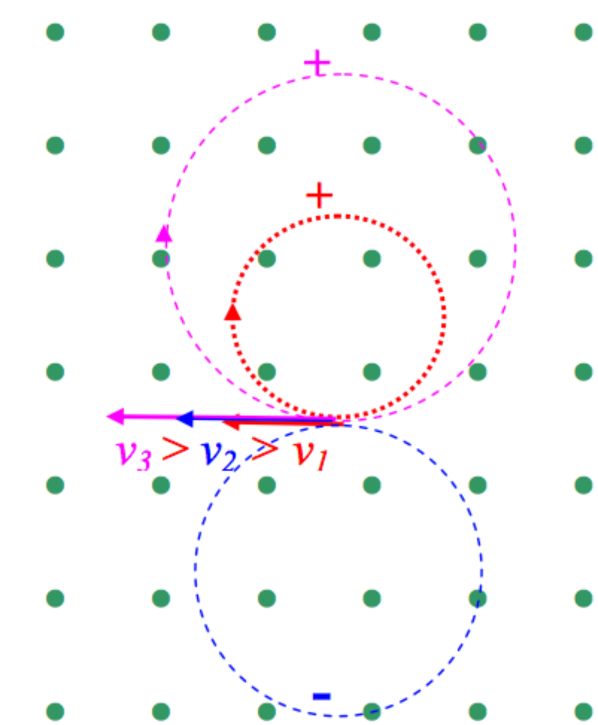
$$R = \frac{mv_T}{qB} \quad (\text{R = raggio dell'orbita})$$

Nella direzione di $\mathbf{v}_{//}$ il moto (rettilineo uniforme) prosegue indisturbato

Nella direzione di $\mathbf{v}_T$ il moto circolare uniforme con R funzione di $\mathbf{v}_T$

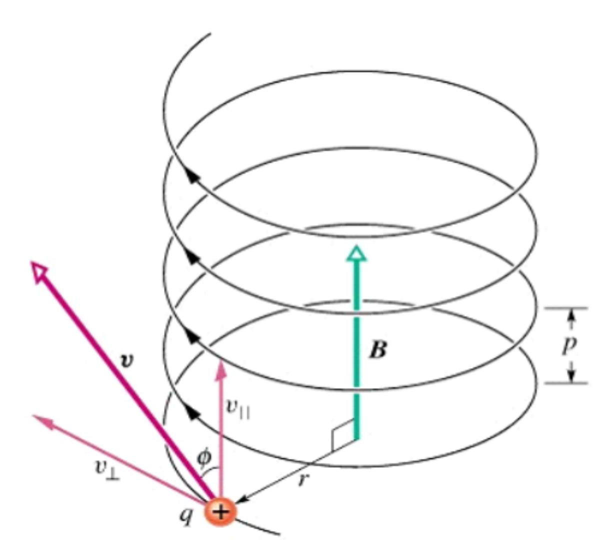
Complessivamente la traiettoria è un'elica

B uniforme e uscente dal foglio



$$T = \frac{2\pi m}{qB} \qquad p = v_{||} \cdot T$$

il passo dell'elica è lo spazio percorso lungo la direzione parallela a B nel tempo di un periodo T



la proiezione del moto nel piano perpendicolare al campo magnetico è sempre una circonferenza

IL MAGNETISMO

Siano a e b due fili rettilinei, infiniti, paralleli percorsi da corrente I_a e I_b con verso concorde, come in *fig. 2*.

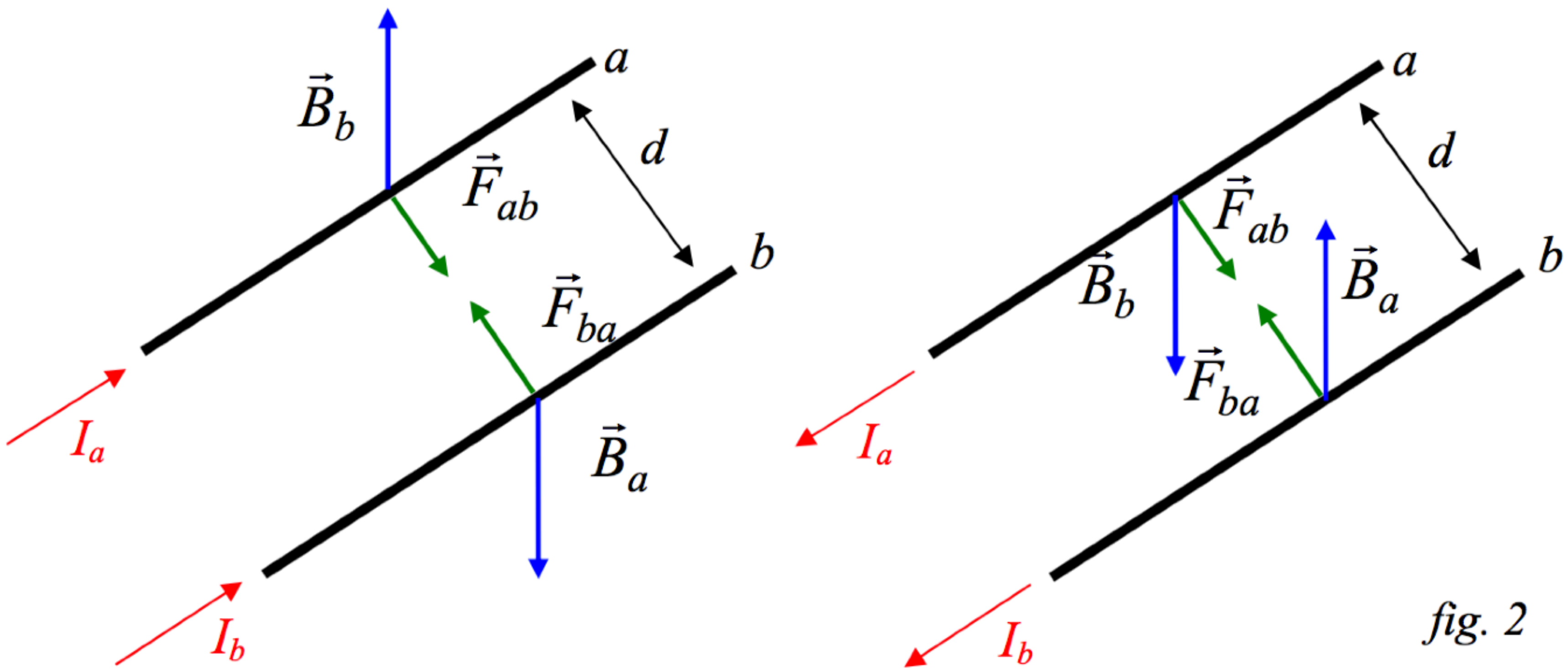
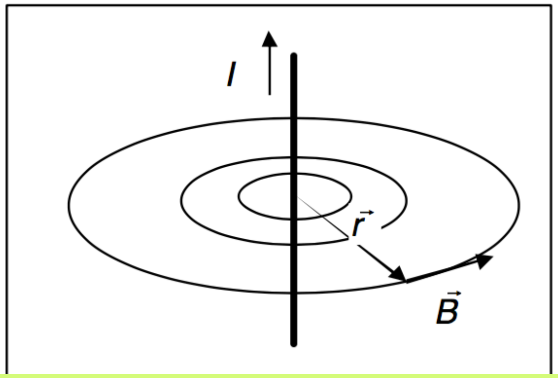


fig. 2



ricordiamo che un filo percorso da corrente produce il campo B diretto come φ versore, e verso dato dalla regola della mano destra

La corrente I_a nel filo a genera nei punti dello spazio occupati dal filo b un campo $B_a = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_a}{d}$ con direzione e verso in *fig 2*. Il filo b, percorso da una corrente I_b, trovandosi immerso nel campo $\vec{B}_a$, sente una forza $\boxed{\vec{F}_{ba} = I_b \vec{\ell} \times \vec{B}_a \, .}$

In modulo, si ha: $F_{ba} = I_b \ell B_a \sin 90° = \frac{\mu_0 \ell I_a I_b}{2\pi d}$ con direzione e verso in *fig. 2*, ossia il filo b sente una forza $\vec{F}_{ab}$ che lo attrae verso il filo a.

IL MAGNETISMO

Invertendo il ruolo del filo *a* con quello del filo *b*, possiamo dire che il filo *a* sente una forza $F_{ab} = \frac{\mu_0 \ell I_b I_a}{2\pi d}$ che lo attrae verso il filo *b* (vedi *fig 2*) con $\vec{F}_{ba} = -\vec{F}_{ab}$.

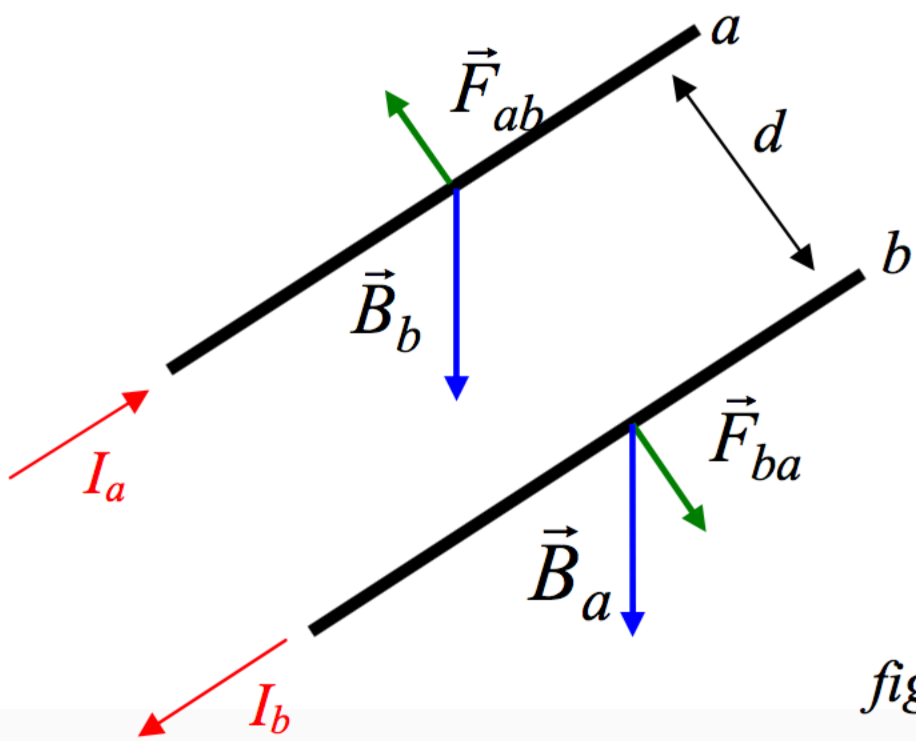


fig. 3

Se le correnti scorrono nei fili in verso opposto, si vede che la direzione e verso delle forze $\vec{F}_{ba}$ e $\vec{F}_{ab}$ è quella indicata in fig. 3 ossia correnti parallele e concordi si attraggono mentre correnti parallele e discordi si respingono.