



FISICA

CdS Scienze Biologiche

Stefania Spagnolo

Dip. di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi"

<http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo>

stefania.spagnolo@le.infn.it

(please, usate **oggetto/subject: CdS Biologia**)

Diario del programma e delle lezioni svolte

http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo/Fis_ScienzeBiologiche_2017-18.htm



Elettricità e magnetismo

Serway, Jewett, "Principi di Fisica"

*M. Taiuti, M.T. Tuccio "Appunti di Fisica per Biologia" in
<http://www.fisica.unige.it/~biologia/NOfisica.html> (Università di Genova)*

M. De Palma, <http://www.ba.infn.it/~depalma/lezioni/> (INFN Bari)

ELETTRICITÀ E MAGNETISMO

- Elettrostatica
 - Cariche, Forza di Coulomb, campo elettrico e potenziale elettrostatico
 - Isolanti e **conduttori, capacità**
 - Circuiti elettrici (con generatori di tensione continua)
- Magnetismo

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

definizione di equilibrio elettrostatico

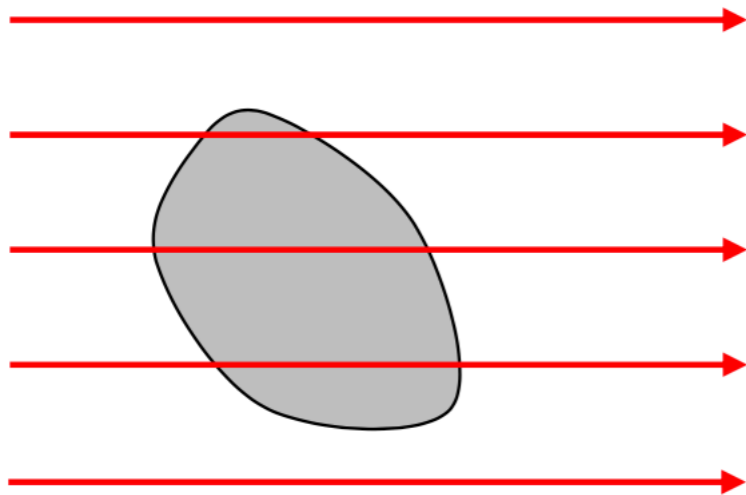
* sulle cariche eventualmente presenti non agiscono forze => le cariche sono in quiete

■ di conseguenza:

- il campo elettrico all'interno di un conduttore all'equilibrio elettrostatico è nullo
- se il conduttore è carico, tutta la carica si distribuisce esclusivamente sulla superficie esterna
- il potenziale elettrostatico nel conduttore (e sulla superficie) assume un valore uniforme → la superficie di un conduttore è equipotenziale
- il campo elettrico immediatamente all'esterno di un conduttore è perpendicolare alla superficie e vale σ/ϵ_0

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

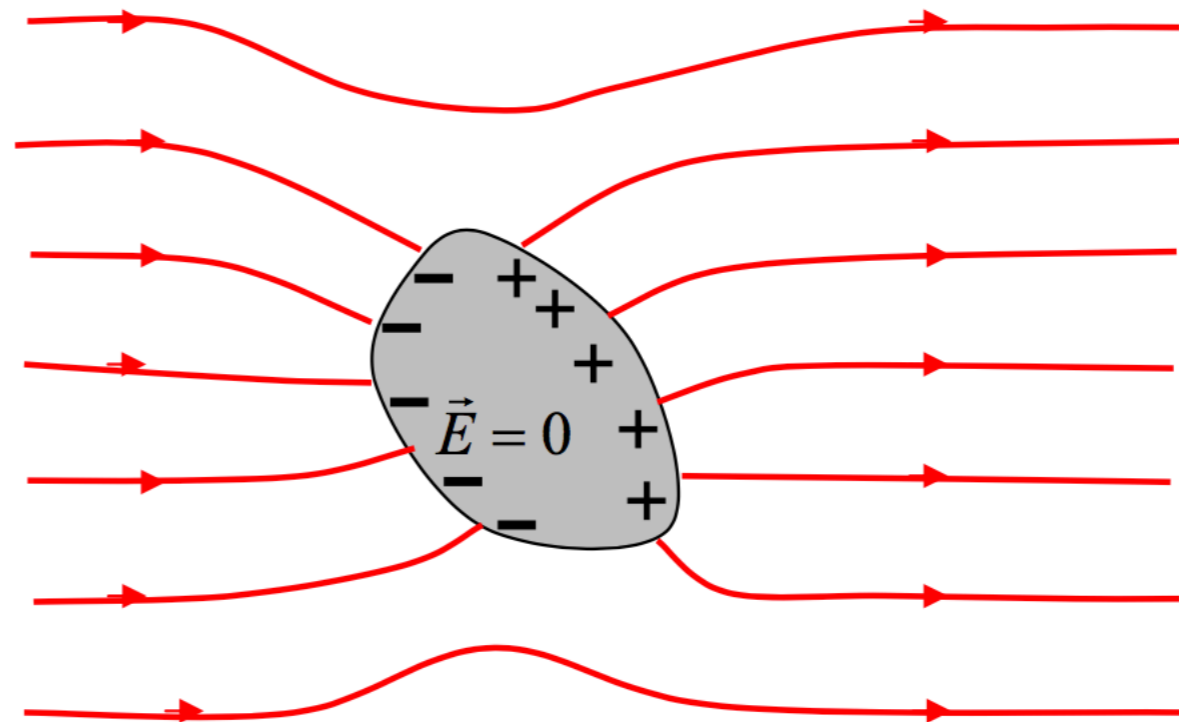
Cosa accade quando collochiamo un conduttore (neutro) in una regione dello spazio in cui abbiamo un campo elettrico esterno (per esempio uniforme)



$$\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_{IND} + \vec{E}_{est} \text{ dovunque, con } \vec{E}_{TOT} = 0 \text{ all'interno}$$

La carica libera del conduttore si ridistribuisce sulla superficie in modo tale da determinare un campo elettrico indotto, che all'interno del conduttore compensa il campo elettrico esterno

il campo elettrico all'esterno del conduttore è deformato (perpendicolare alla superficie del conduttore)

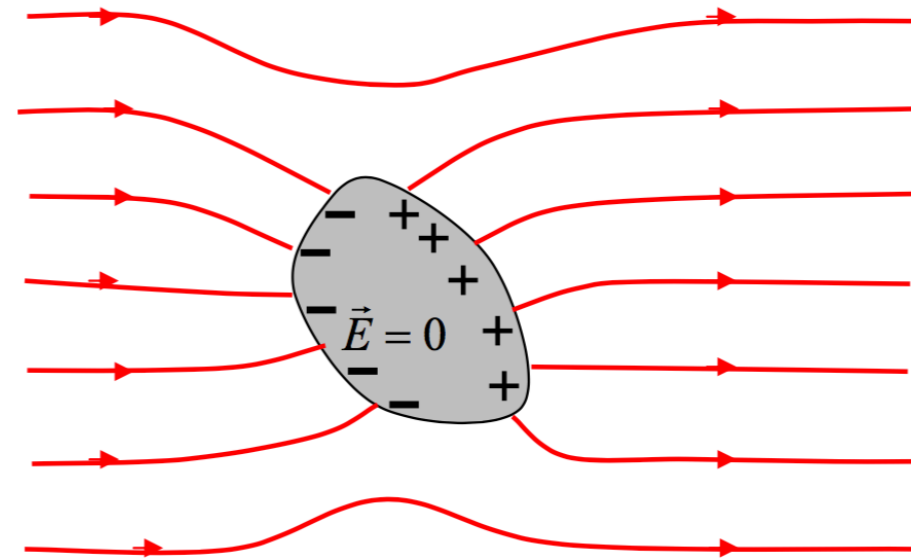


CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

La carica libera del conduttore si ridistribuisce sulla superficie in modo tale da determinare un campo elettrico indotto, che all'interno del conduttore compensa il campo elettrico esterno

cariche positive e negative si separano, la loro somma rimane uguale alla carica totale (nulla o meno) del conduttore

$$\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_{IND} + \vec{E}_{est} \text{ dovunque, con } \vec{E}_{TOT} = 0 \text{ all'interno}$$



Dette:

- $|Q_{est}|$ le cariche esterne, di un solo segno, che generano il campo iniziale \vec{E}_{est}
- $Q_{i-} = \sum q_i$, (con $q_i < 0$), la carica indotta negativa totale
- $Q_{i+} = \sum q_i$, (con $q_i > 0$), la carica indotta positiva totale

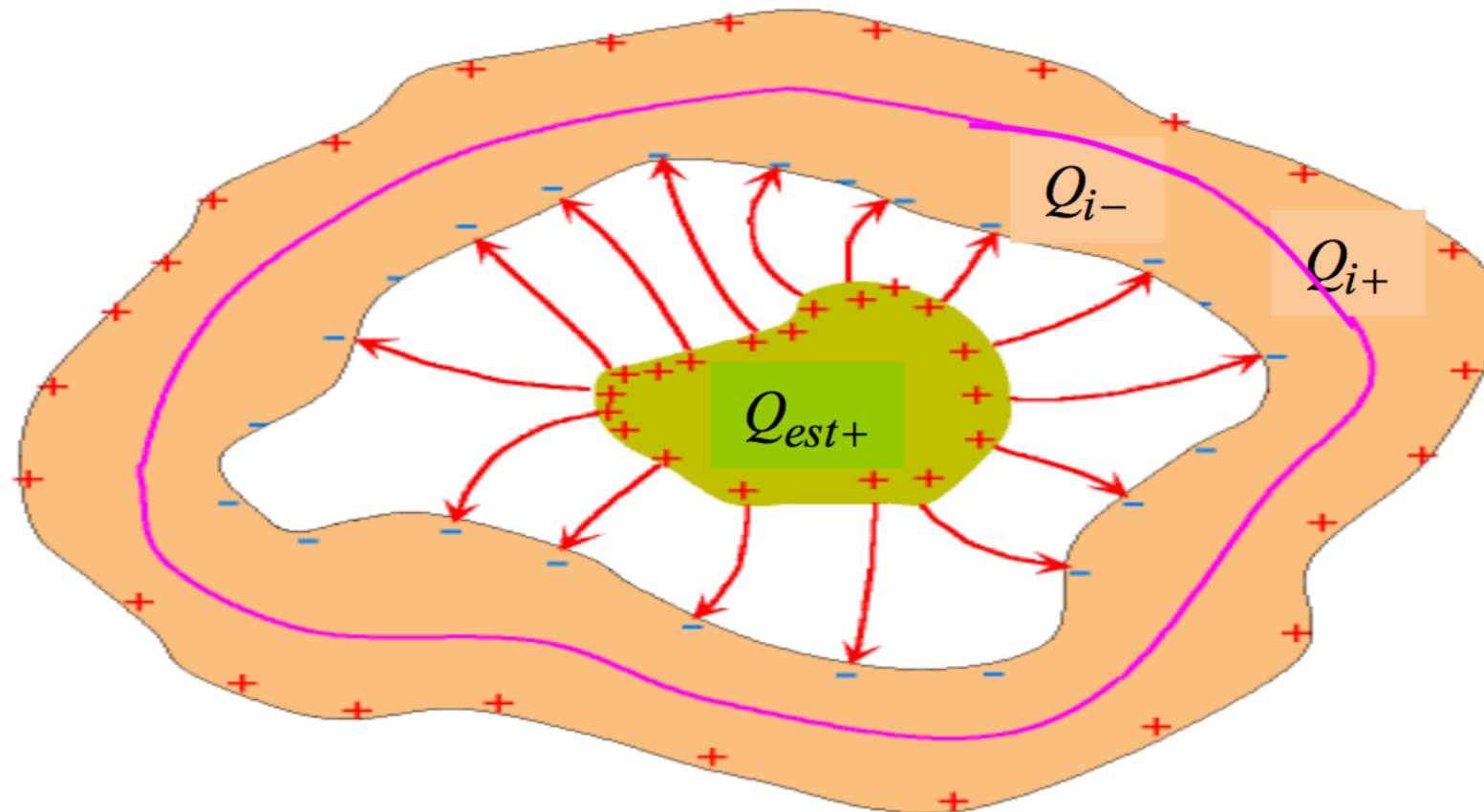
sia ha sempre che:

- a) $|Q_{i-}| = |Q_{i+}|$ come conseguenza della conservazione della carica
- b) $|Q_{i\pm}| \leq |Q_{est}|$ poiché non tutte le linee di campo di \vec{E}_{est} confluiscono sul conduttore.

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

Il caso limite si ha quando tutte le linee di campo di \vec{E}_{est} , ovvero tutte le linee di campo che partono dalle Q_{est} , confluiscono sul conduttore posto nel campo \vec{E}_{est} ; in tal caso succede che $|Q_{i\pm}| = |Q_{est}|$ in tal caso il sistema è detto a **induzione completa**.

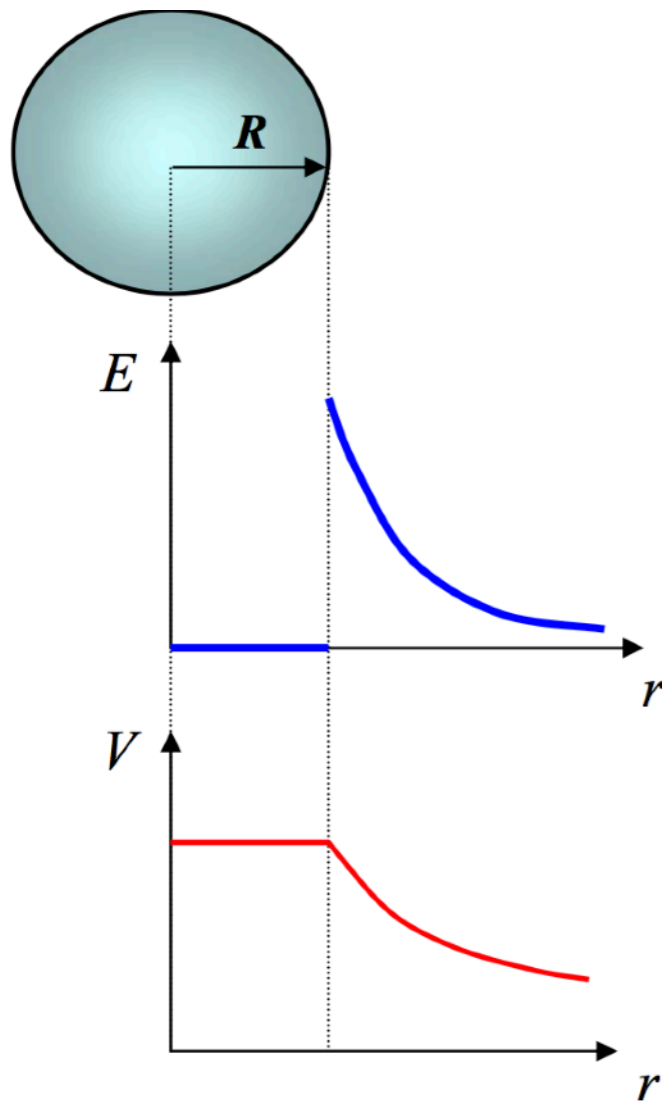
E' evidente che un sistema è rigorosamente a induzione completa solo se un conduttore circonda completamente l'altro, come mostrato in figura.



CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

Consideriamo una sfera conduttrice isolata con carica Q

il sistema equivale a una distribuzione superficiale di carica con densità uniforme (non ci sono direzioni o posizioni privilegiate) $\sigma = Q/4\pi R^2$



per $r > R$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

per $r < R$

$$\vec{E}(r) = 0, \quad V(r) = V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

e quindi segue che:

$$V_{sfera} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \Rightarrow Q = 4\pi\epsilon_0 R \cdot V_{sfera}.$$

Ossia c'è una relazione lineare fra la carica Q posseduta dalla sfera ed il potenziale cui essa si porta:

1) $Q \propto V_{sfera}$

2) $C = \frac{Q}{V}$

la Capacità si misura in Farad = Coulomb / Volt

La capacità di un conduttore isolato è definita come rapporto tra carica e potenziale

In presenza di altri conduttori o cariche il rapporto Q/V si modifica

E' una caratteristica geometrica del conduttore per la sfera $C = 4\pi\epsilon_0 R$

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO E CONDENSATORI

armature del condensatore

Un sistema di due conduttori affiancati in modo che si realizzi fra loro l'induzione completa prende il nome di *condensatore*.

Capacità di un CONDENSATORE $C = |Q| / \Delta V$

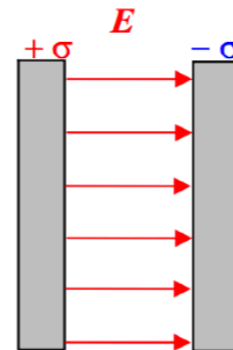
* $Q =$ carica (uguale e opposta sulle due armature del condensatore)

* $\Delta V =$ differenza di potenziale tra le due armature

La capacità di un condensatore dipende solo dalla geometria del sistema

CONDENSATORE PIANO IDEALE

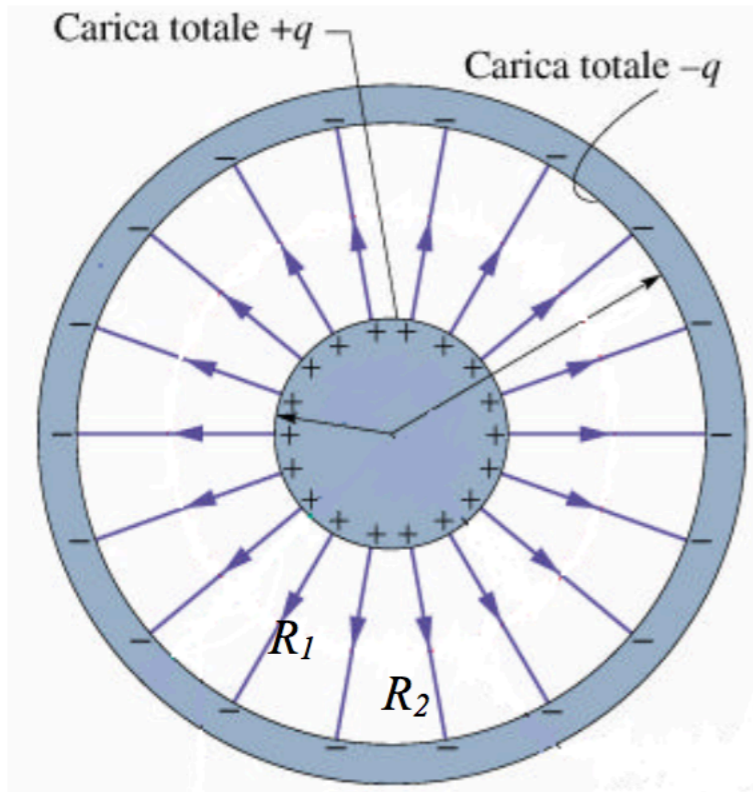
Le due armature sono da due superficie piane e parallele di area A poste a distanza d , con d molto minore delle dimensioni lineari di A . In questa ipotesi possiamo assumere la distribuzione di carica sull'armature equivalente a quella di due piani carichi, paralleli ed infiniti, con la densità di carica uguale ma opposta (vista precedentemente).



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow |\Delta V| = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

$$Q = \sigma A \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

CONDENSATORE SFERICO



sfera conduttrice cava di raggio interno R_2 e sfera interna conduttrice di raggio R_1

Ricordiamo che il campo è diverso da zero solo nei punti a distanza dal centro $R_1 \leq r \leq R_2$ ed è pari a:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \Rightarrow$$

$$|\Delta V| = - \int_{R_2}^{R_1} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} -\frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow$$

$$|\Delta V| = \frac{q(R_2 - R_1)}{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}, \quad C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q(R_2 - R_1)}{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$$

Per $R_1 \sim R_2$ e $R_1 \gg R_2 - R_1$
 $A = 4\pi R_2^2$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

La capacità anche in questo caso dipende solo dalla geometria.

ENERGIA ELETTROSTATICA DI UN CONDENSATORE

Calcoliamo il lavoro esterno dW fatto per caricare il condensatore C , assumendo che stiamo portando un infinitesimo di carica dq mentre sul condensatore c'è già una carica q ovvero una differenza di potenziale fra le armature $V = q/C$.

$$dW = V \cdot dq = \frac{q}{C} dq$$

Il lavoro totale per portare la carica sull'armatura da 0 a Q , con incrementi successivi dq è la somma di tutti i corrispondenti contributi dW :

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(VC)^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2$$

IL CASO DEL CONDENSATORE PIANO

ENERGIA ASSOCIATA AL CAMPO ELETTRICO

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(VC)^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2$$

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$U_E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_0 \frac{A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 (Ad)$$

Osserviamo che la quantità Ad è il volume interno al condensatore ovvero la regione di spazio in cui è stato creato il campo. Possiamo pensare quindi ad una energia distribuita nello spazio con una densità u_E valutabile come:

$$u_E = \frac{U_E}{Vol} = \frac{\varepsilon_0 E^2 (Ad)}{2 Ad} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

Questo risultato è generalizzabile: una qualsiasi regione dove esiste un campo elettrico ha associata una densità di energia che è proporzionale all'intensità al quadrato del campo elettrico; ovvero lo spazio è sede di energia se in esso c'è un campo elettrico. Questa energia è stata depositata nello spazio nel momento in cui è stato creato il campo elettrico posizionando le cariche.

Un risultato di validità generale