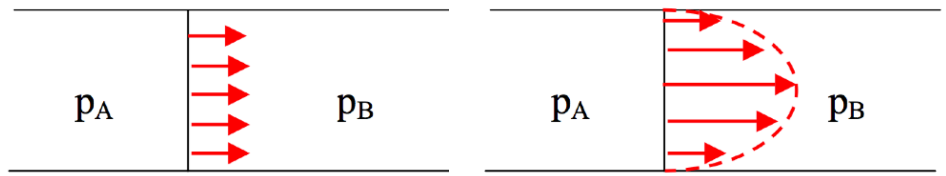
VISCOSITÀ

Il coefficiente di viscosità (η) dipende fortemente dalla temperatura

Fluido	T (° C)	η (Kg/ms)
Acqua	0	$1.8 \cdot 10^{-3}$
Acqua	20	$1.0 \cdot 10^{-3}$
Acqua	100	$0.3 \cdot 10^{-3}$
Glicerina	20	$830 \cdot 10^{-3}$
Olio motore	30	$250 \cdot 10^{-3}$
Alcool	20	$1.2 \cdot 10^{-3}$

la viscosità del sangue $\eta = 4.75 \cdot 10^{-2}$ P

un fluido ideale | un fluido reale



v costante nella sezione A
$p_A = p_B$ costante

v variabile nella sezione A
$p_A > p_B$

$$F_V = \eta A \frac{dv}{dr}$$

Esistono importanti differenze nel moto di un fluido reale rispetto a quello di un fluido ideale prodotte dalla viscosità

Consideriamo un tubo orizzontale a sezione A costante

il movimento può essere scomposto in tante lamine circolari concentriche con raggio crescente a partire dall'asse centrale del condotto che si muovono parallele all'asse del condotto. A causa della maggiore superficie di contatto la forza d'attrito sarà maggiore verso le pareti del condotto quindi la velocità sarà maggiore verso il centro del condotto.

L'espressione della portata
Q = v A
perde validità

VISCOSITÀ

Calcoliamo la portata Q

Consideriamo un cilindro di raggio R lungo L, in cui scorre un fluido in moto laminare e stazionario. La velocità in esso ha una distribuzione con $v(R)=0$, $v(0)= Vmax$.

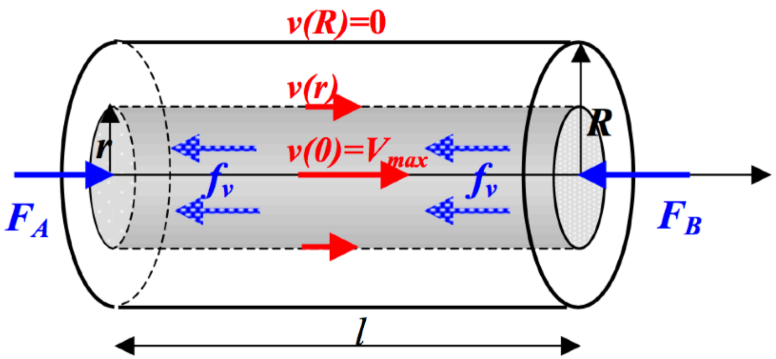
Stazionario $\Rightarrow v(r) = cost \Rightarrow \vec{F}^{R}_{est} = 0$

Per una porzione di fluido in un cilindro di raggio r < R abbiamo $\vec{F}^{R}_{est} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_V = 0$; essendo tutte le forze parallele (all'asse), diviene: $F_A - F_B - F_V = 0$

$$\pi r^2 (p_A - p_B) + \eta 2\pi r \cdot l \frac{dv}{dr} = 0$$

$$dv = -\frac{(p_A - p_B)}{2\eta l} \cdot r dr$$

$$v(r) = \frac{(p_A - p_B)}{4\eta l}\left(R^2 - r^2\right)$$

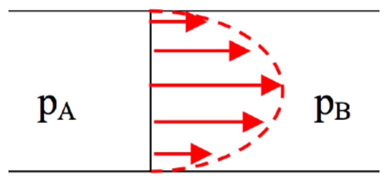


$$F_A = p_A \cdot \pi r^2$$

$$F_B = p_B \cdot \pi r^2$$

$$F_V = \eta A \frac{dv}{dr} \quad \text{con } A = 2\pi r \cdot l$$

<0 perché v diminuisce con r



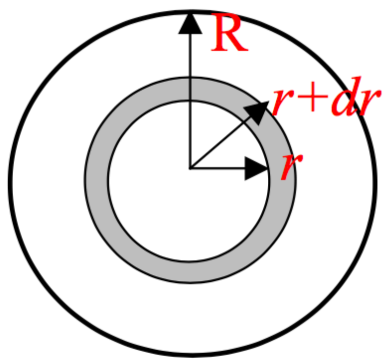
andamento parabolico di v con r

VISCOSITÀ

Poiseuille (Parigi, 22 aprile 1799 – Parigi, 26 dicembre 1869) è stato un medico, fisiologo e fisico francese.

al raggio r (0<r<R)

Possiamo calcolare pertanto la portata come velocità per area $\Rightarrow dQ = v(r) \cdot dA$



La portata totale si ottiene sommando tutti i contributi dQ al variare di r da 0 ad $R \Rightarrow$

$$Q = \sum dQ = \int_0^R dQ$$

$$Q = \int_0^R \frac{(p_A - p_B)}{4\eta l}(R^2 - r^2) \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{\pi(p_A - p_B)}{2\eta l}\int_0^R (R^2 - r^2) r dr$$

calcolando $\int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \int_0^R R^2 r dr - \int_0^R r^3 dr = \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} = \frac{R^4}{4}$

Per mantenere in movimento un fluido reale con portata Q costante, è necessario fare un lavoro, occorre cioè mantenere una differenza di pressione fra i punti d'ingresso e d'uscita.

Nel caso di un condotto cilindrico orizzontale di raggio costante R e lunghezza l la portata del condotto è legata alla differenza di pressione Δp agli estremi del condotto

$$\boxed{Q = \frac{\pi R^4 (p_A - p_B)}{8\eta l}}$$

LEGGE DI POISEUILLE

valida in regime laminare

FLUIDI REALI

Si definisce ***perdita di carico*** di un condotto la ***variazione di pressione per unità di lunghezza*** del condotto

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{8\eta Q}{\pi R^4}$$

Talvolta si utilizza la definizione di ***resistenza di un condotto***

$$R = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$$

dalla quale discende:

- **Δp = R Q**

Ricordando che per far passare un volume V entro il condotto è necessario spendere un lavoro pari a L=ΔpV ed una potenza (Lavoro per unità di tempo) pari a P = ΔpV/t, è chiaro che la potenza può essere espressa come

- **P = Δp Q**   **variazione di pressione per portata**