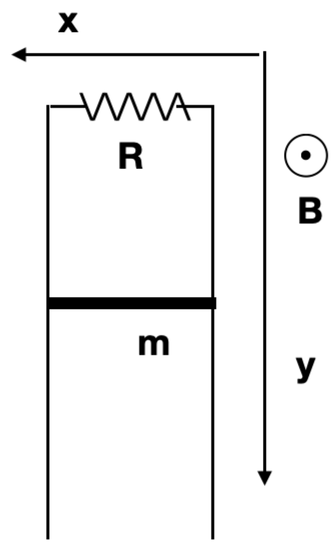
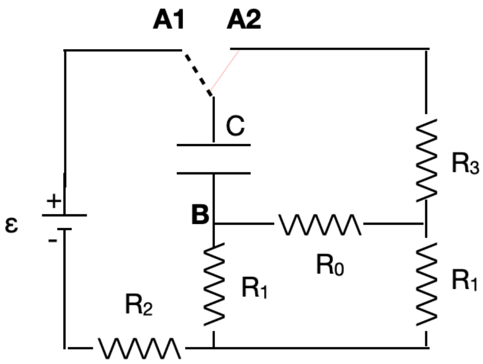
Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 64 - a.a. 2023-2024



Quesito 1 (fino a 12)
Si discuta il moto della barretta conduttrice orizzontale di massa M che scorre senza attrito sulle guide metalliche verticali in presenza di un campo magnetico B uniforme diretto come l'asse z e con esso concorde.



***Quesito 2* (fino a 12)**
Il circuito in figura funziona da molto tempo con l'interruttore chiuso sulla posizione A1.
1)Si stimi la differenza di potenziale tra armature del condensatore e la carica su di esse in queste condizioni di funzionamento.
2)Si valuti per quanto tempo il circuito deve aver funzionato in questa modalità affinché la carica sulle armature abbia raggiunto un valore che si discosta da quello asintotico meno dell'1%;
3)Al tempo t_0 l'interruttore viene spostato sulla posizione A2. Si calcoli dopo quanto tempo la carica sulle armature del condensatore si riduce alla meta' di quella di partenza.
4) Si discuta il bilancio energetico del circuito nella fase di scarica.
Si considerino i valori seguenti dei parametri circuitali: R_0=R_3= 1000 Ω, R_1=2R_2= 2 kΩ, ε=50 V, C=200 nF.

Quesito 3 (fino a 12 punti)
Si consideri uno strato sottile di materiale isolante, di spessore d, in cui è distribuita carica con densità volumetria uniforme ρ_0. Si immagini che sulle due superfici dello strato sia depositata carica con densità superficiale uniforme uguale e opposta σ e -σ. Definito l'asse z di un sistema di riferimento cartesiano con origine al centro dello strato carico e direzione perpendicolare allo strato, si determini il valore del campo elettrico e del potenziale elettrostatico in ogni punto dello spazio. In particolare si calcoli la differenza di potenziale tra i punti A=(0,0,d) e B(1,1,-d).
A distanze z>>d la distribuzione può essere assimilata a un unico strato carico. Qual è la densità superficiale di carica σ_0 equivalente ? Qual è l'espressione del campo elettrico a z>>d in funzione di σ_0?

Quesito 4 (fino a 12 punti)
Si consideri una distribuzione di corrente cilindrica di raggio *a* e lunghezza L>>a con densita' uniforme $\overrightarrow{J_0}$ parallela all'asse. Si determini il campo magnetico in ogni punto dello spazio e la forza a cui è soggetta una carica puntiforme q_0 in moto con velocità $\overrightarrow{v} = -v_0\hat{r}$ (con $v_0 > 0$) oppure $\overrightarrow{v} = v_0\hat{\phi}$ se si trova a una distanza dall'asse pari a R/3 oppure a 3R. Si calcoli inoltre il potenziale vettore $\overrightarrow{A}$ in ogni punto dello spazio.

Quesito 5 (fino a 8 punti)
Si discuta ***solo uno*** degli argomenti elencati:
1) Caratteristiche dei conduttori all'equilibrio elettrostatico.

2) L'equazione di Poisson: derivazione e soluzione generale.
3) Interazioni tra due circuiti percorsi da corrente; eguaglianza dei coefficienti di mutua induzione
4) Corrente di spostamento ed eq. di Ampere Maxwell.

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m,
$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$
$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg, $M_{He} \simeq 4\, m_p$; $N_A = 6.022 \times 10^{23}\ mol^{-1}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ e potenziale $\varphi(r,\vartheta)$ di dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$; $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Formule di Laplace: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{J}\wedge\vec{r}}{r^3}dV$; $d\vec{F} = \vec{J}\wedge\vec{B}\ dV$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla\cdot\mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla\times\mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} + (\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} + (\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} + (\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial\rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} + dxdz\hat{\mathbf{y}} + dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} + d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} + \rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} + r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} + rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$

Operatori differenziali ed elementi di linea, superficie e volume in coordinate cartesiane (sinistra), cilindriche (centro) e sferiche (destra).