$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r^2 \rho(r)\, v(r) \qquad \text{eq.} \left[2.10\right]$$

stato stazionario $\Rightarrow \frac{dM}{dt} =$ costante

deriviamo rispetto ad r:

$$\phi = 4\pi\left[\frac{dr^2}{dr}\cdot(\rho\cdot v) + r^2\cdot\frac{d}{dr}(\rho\cdot v)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2r\rho\cdot v + r^2\left(\frac{d\rho}{dr}\cdot v + \rho\frac{dv}{dr}\right) = \phi$$

dividendo tutto per r^2:

$$\frac{2}{r}\rho v + \frac{d\rho}{dr}\cdot v + \rho\frac{dv}{dr} = \phi$$

dividendo ancora per $\rho\cdot v$:

$$\frac{2}{r} + \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr} + \underline{\frac{1}{v}\frac{dv}{dr}} = \phi \qquad \text{eq.} \left[2.13\right]$$

Possiamo ora scrivere $\boxed{\frac{1}{v}\frac{dv}{dr}} = \frac{v}{v^2}\frac{dv}{dr} =$

$= \boxed{\frac{1}{v^2}}\ \boxed{v\frac{dv}{dr}}$ per cui usando la [2.11] e [2.12] delle dispense si ottiene:

$$= \frac{r}{2GM}\cdot\left(-\frac{GM}{r^2}\right) = -\frac{1}{2r}$$ che sostituita in [2.13]

$$\boxed{\frac{3}{2r} + \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr} = \phi}$$ $\Rightarrow$ integrando: $\rho \propto r^{-3/2}$